

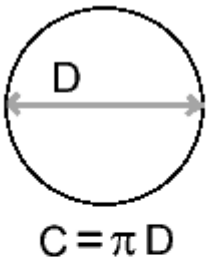
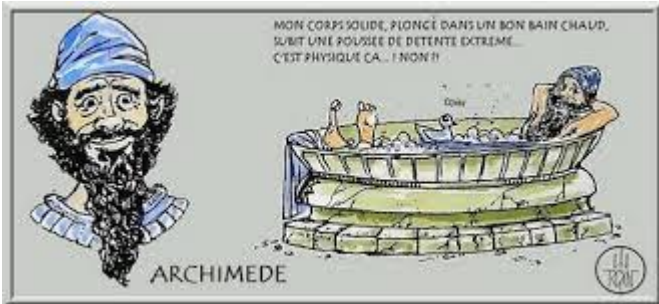
Autour de π

```

3.141592653589793238462643383
279502884197169399375105820974944
59260781640628620899862803482534211
70679821480865132873066470938446095
50982241 725359408 128481117
45028410 270193852 110555944
622948 954930381 9644288109
75 663933446 1284756482
337867816 5271201909
145648566 9284603486
1045432664 8213393607
2602491412 7372458700
66063155881 74881520920 962829
25409171536 43878925903600113005
3054882046652 13414691941711609
43305727036875 95919530921661138
1926117931051 18548074462379362
7485673518857 527248912279381
8301194912 983673362
44065 66430
    
```

π c'est quoi ?

- C'est le rapport entre la circonférence d'un cercle et son diamètre, ce rapport est constant.
- Sa valeur approchée au milliardième est 3,141 592 653
- Circonférence = $\pi \times D$
- π est une lettre de l'alphabet grec

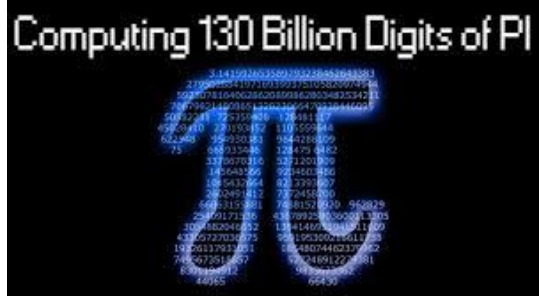
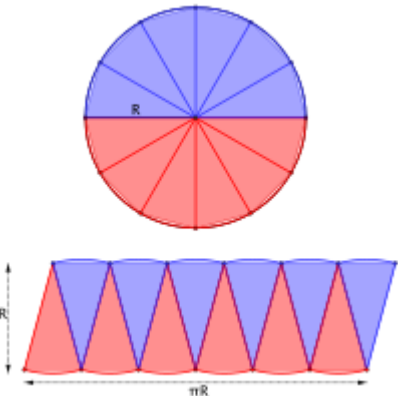
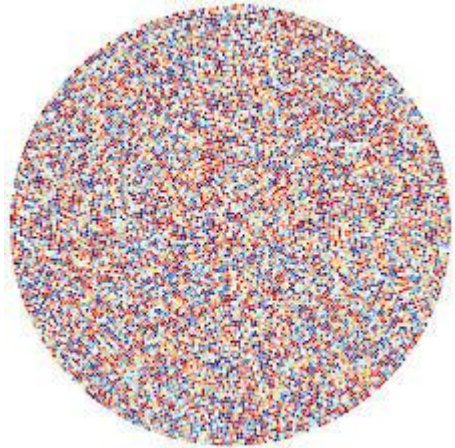


Comment a-t-on découvert π ?

- Le rapport constant entre la circonférence et le diamètre est connu depuis très longtemps, à Babylone (environ 2000 av.J.C) on utilisait la valeur approchée 25/8 ou 3,125, les égyptiens (environ 3000 av.J.C) utilisaient la valeur 256/81 ou 3,16.
- C'est Archimède qui démontre vers -250 que la constante π intervient pour le calcul du périmètre et de la surface du cercle
- Il calcule la valeur de π : 3,14



Leonhard Euler (1707-1783)



Autour de π

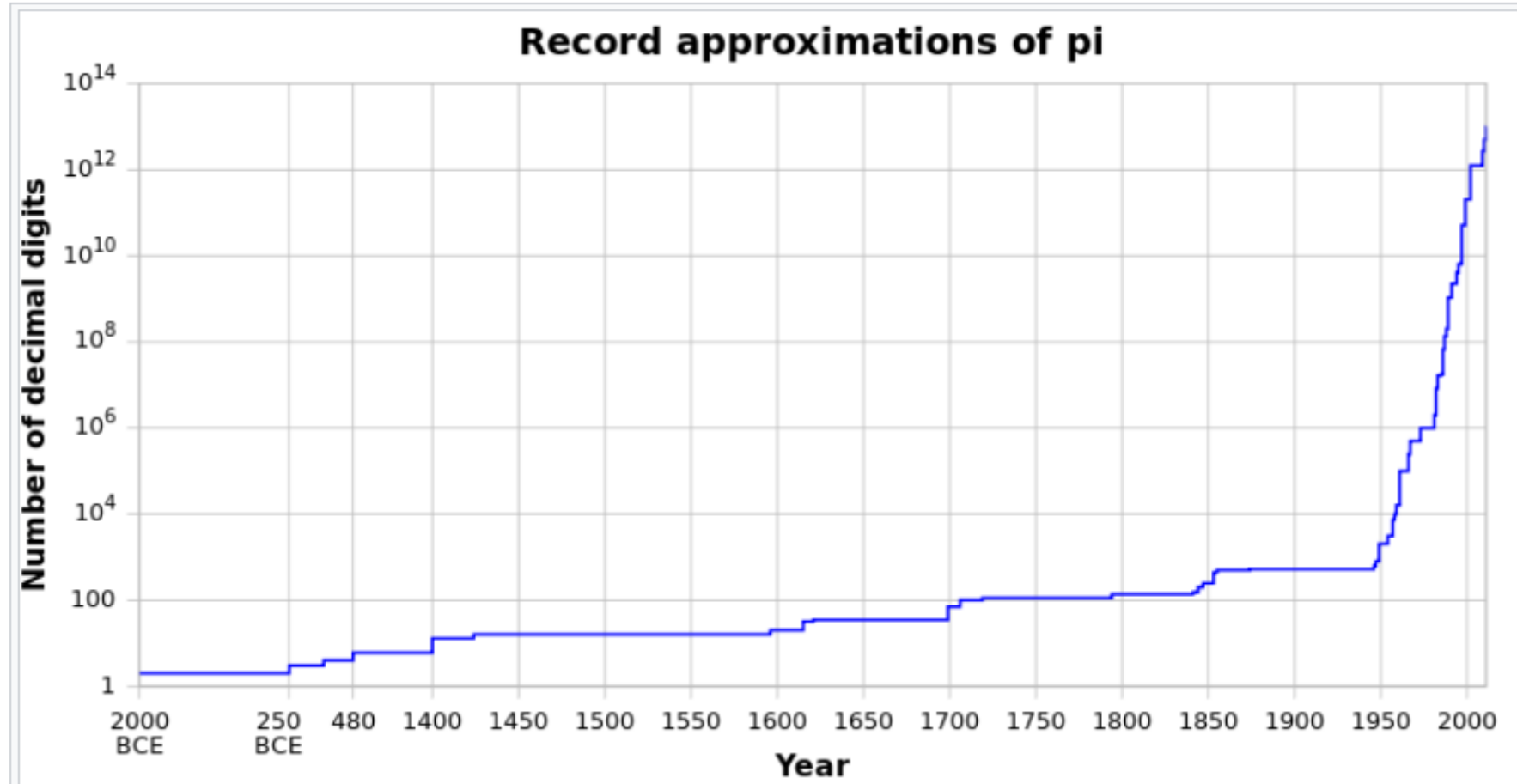
Discovery of Pi

- There is no record how people lived before the discovery of pi and what formulas they used instead of pi.
- Babylonians established the constant circle ratio as 3.125.
- Ahmes, an Egyptian, wrote one of the first known records of Pi on the Rhind Papyrus. He was off by less than 1% of the modern approximation of pi (3.141592).
- Based on Shulba Sutras's observations (India, 600 BC), $\pi \approx 3.088$.



Rhind Papyrus

Autour de π



3.141592653589793238462643383
279502884197169399375105820974944
59230781640628620899862803482534211
70579821480865132823066470938446095
50982231 715359108 128481117
45028410 270193852 1105559144
672948 954930381 964288109
75 66933446 128475 6482
337867816 5271201909
145648586 9284603486
1045432664 8213393607
2802491412 7372458700
66853155881 74881520920 962829
25409171536 4367892590360011305
3054882046652 134414691941711609
43305727036375 959195309218611738
19426117931051 18548074462379962
7495673518657 527248912279381
83014912 983362362
44065 66430

Autour de π

π c'est quoi ?

- C'est le rapport entre la circonférence d'un cercle et son diamètre, ce rapport est constant.
- Sa valeur approchée au milliardième est 3,141 592 653
- Circonférence = $\pi \times D$
- π est une lettre de l'alphabet grec

Que j'aime à faire connaître un nombre utile aux sages !

3 1 4 1 5 9 2 6 5 3 5

Immortel Archimède, artiste ingénieur,

8 9 7 9

Qui de ton jugement peut priser la valeur ?

3 2 3 8 4 6 2 6

Pour moi ton problème eut de pareils avantages.

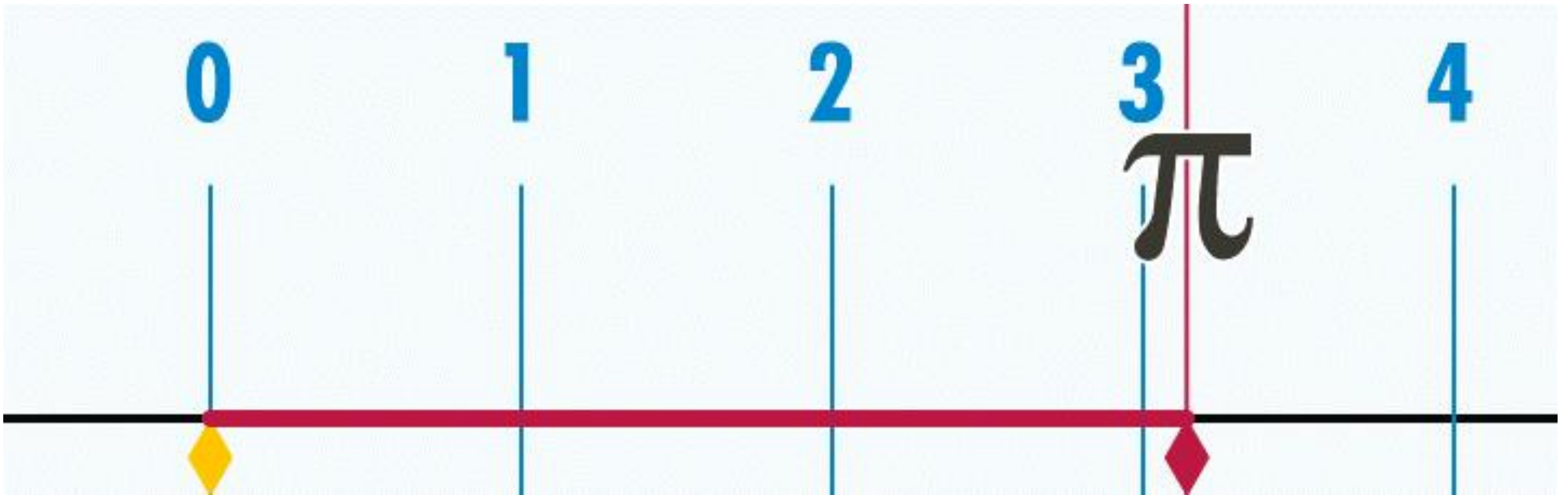
4 3 3 8 3 2 7 9

Tirez circonférence au diamètre etcetera.

5 0 2 8 8

texte cité par BEUTEL 1913

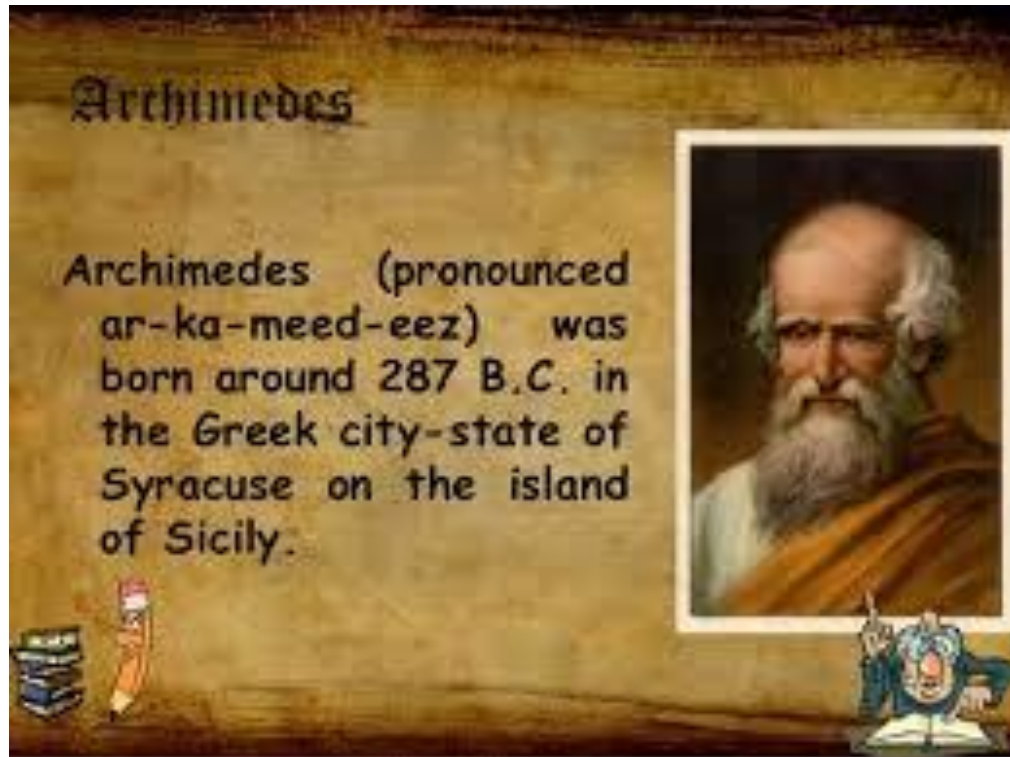
CIRCONFERENCE D'UN CERCLE



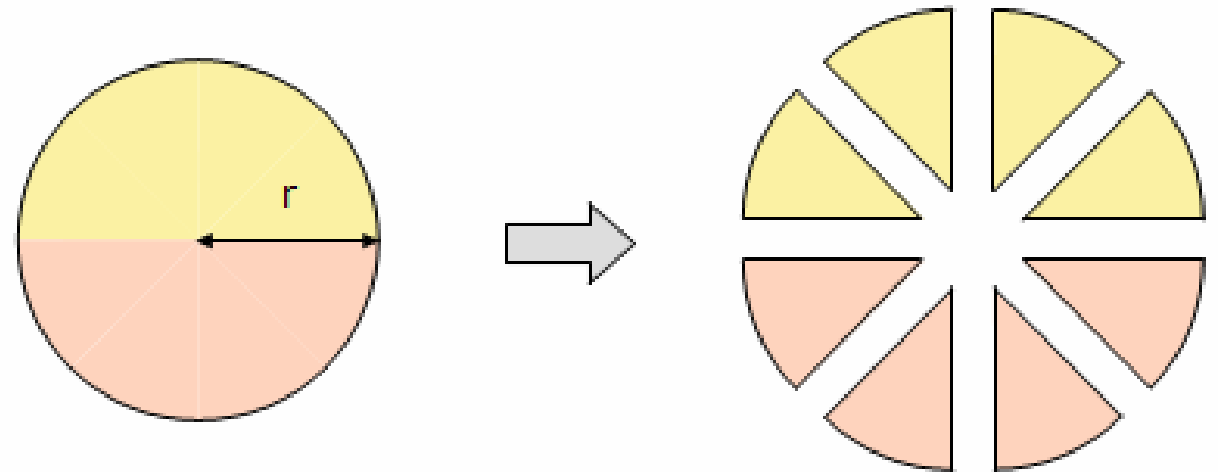
CIRCONFERENCE D'UN CERCLE



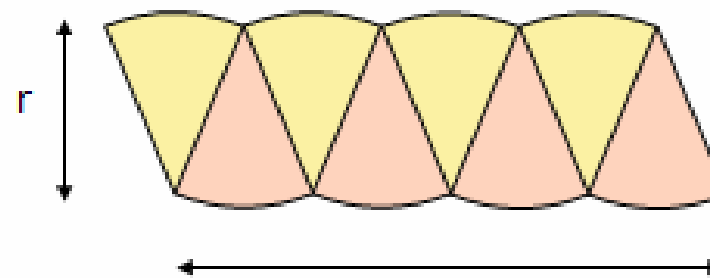
AIRE D'UN DISQUE



Comprendre la formule de l'aire d'un disque



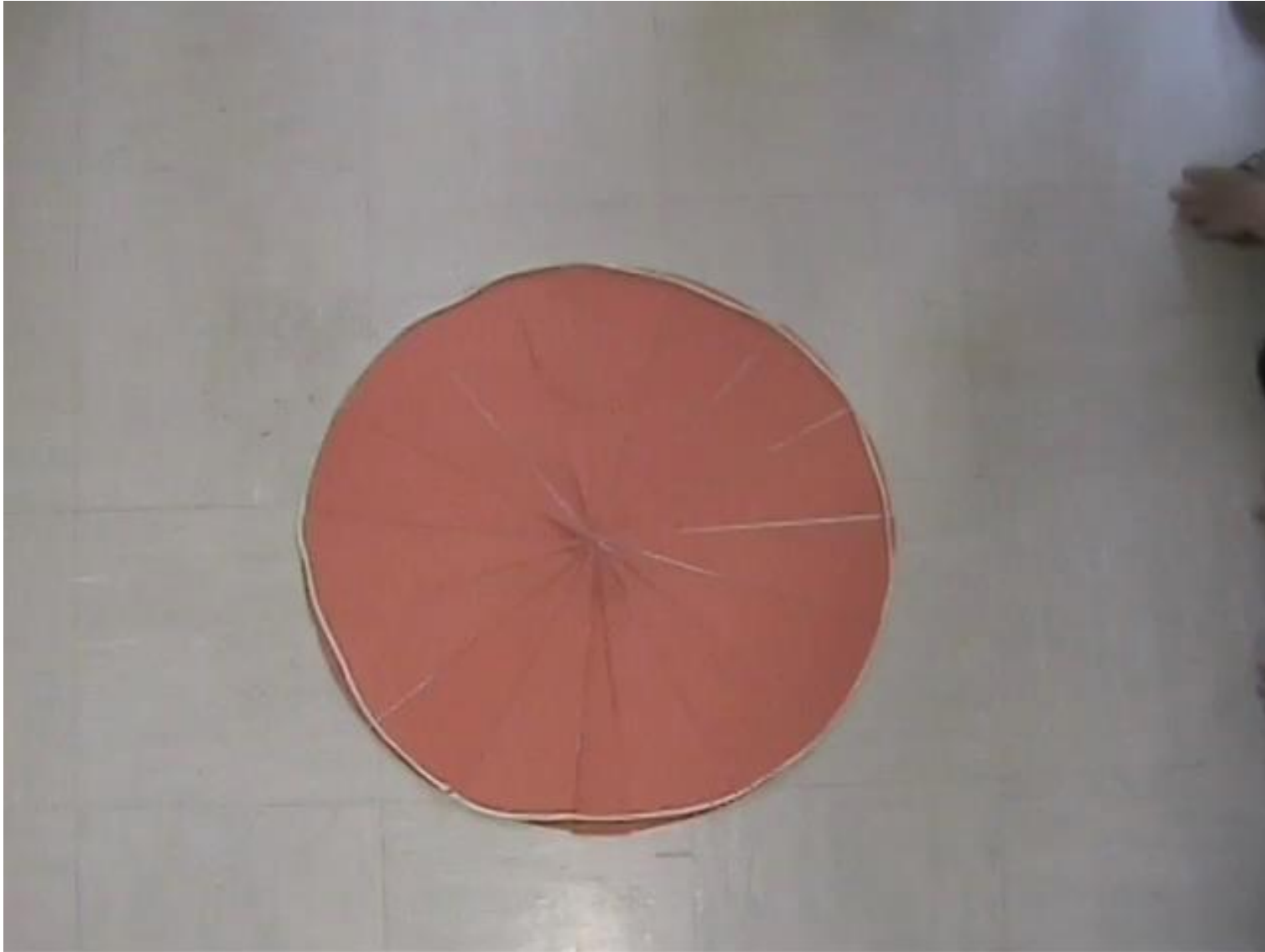
Aire d'un parallélogramme

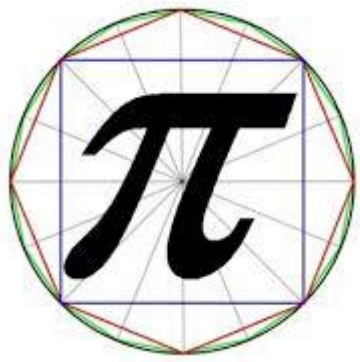


$$\begin{aligned} \text{aire} &= \text{base} \times \text{hauteur} \\ &= (\pi \times r) \times r \\ &= \pi \times r^2 \end{aligned}$$

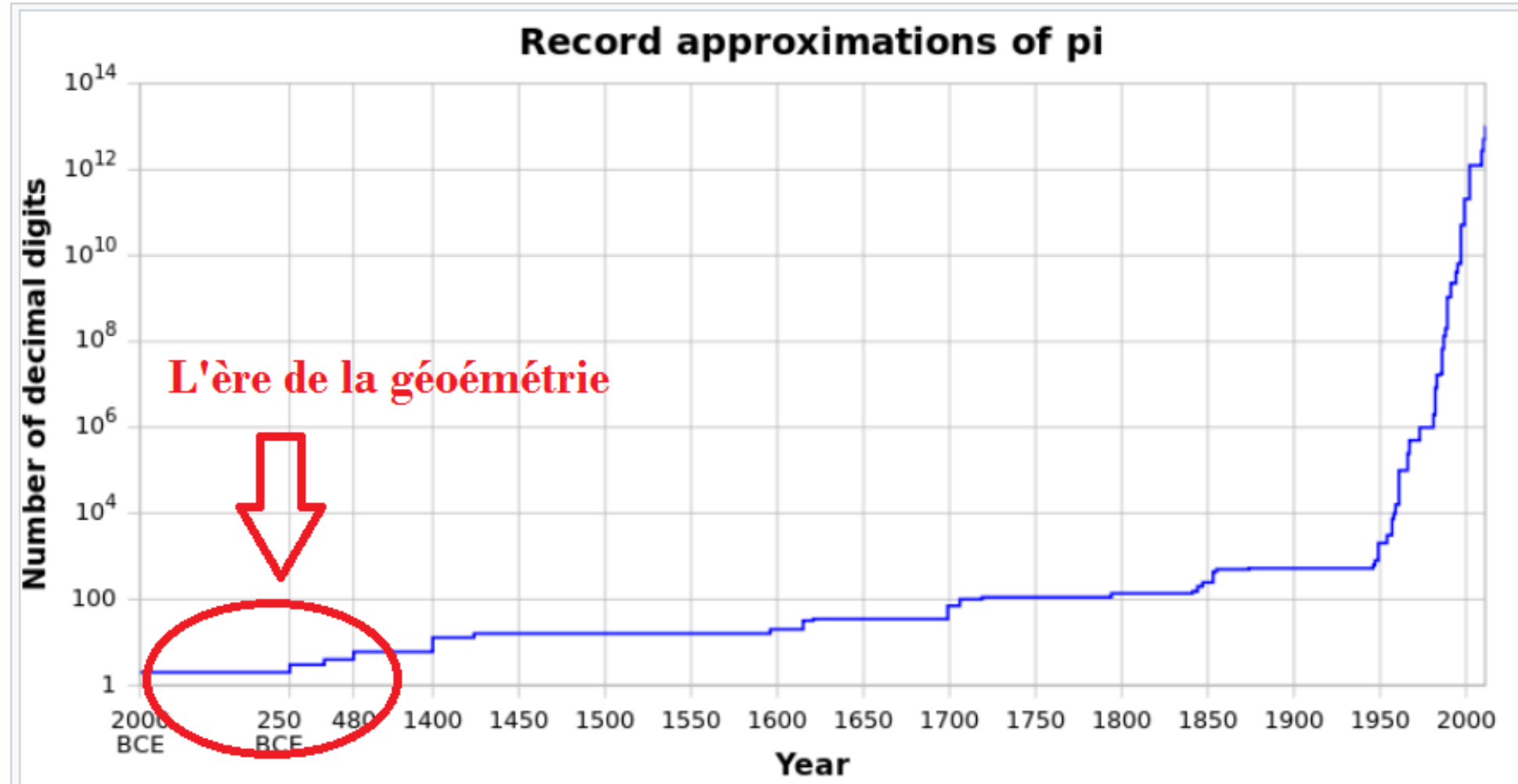
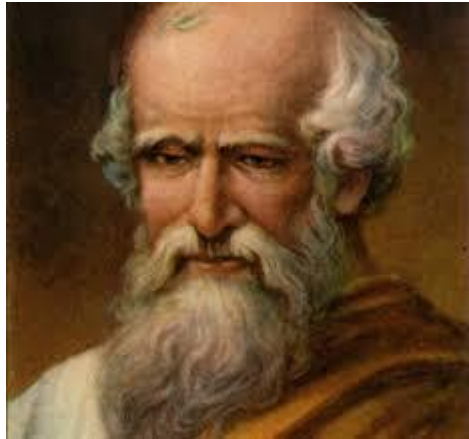
$$\text{demi-périmètre} = \pi \times r$$

AIRE D'UN DISQUE

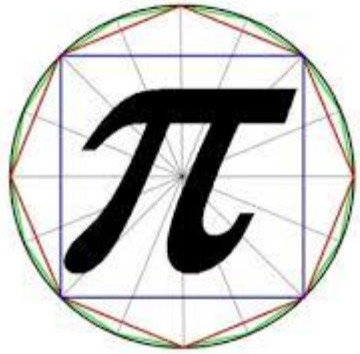




L'ère de la géométrie



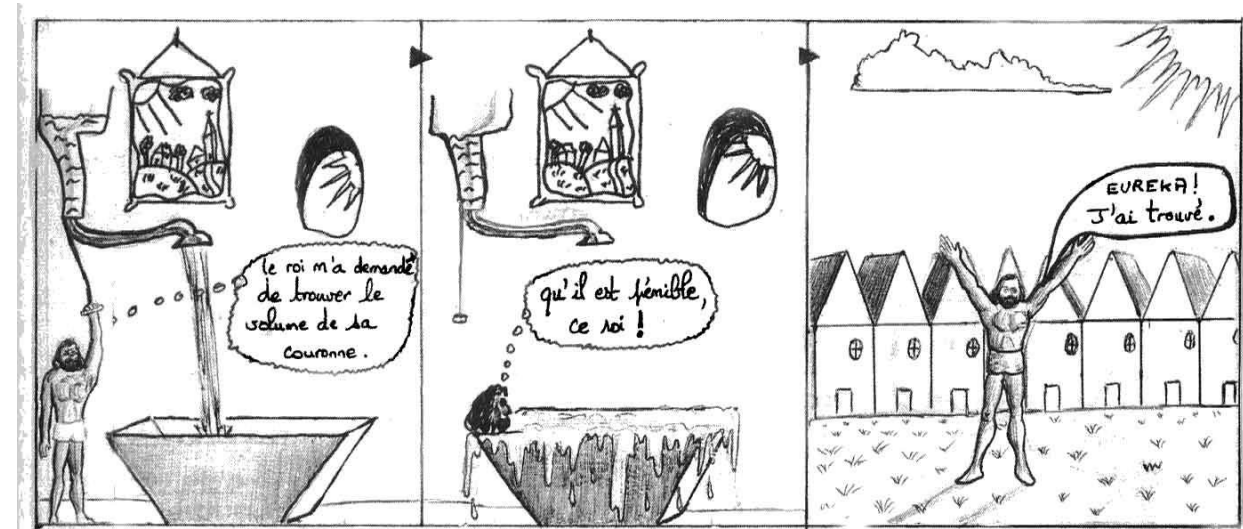
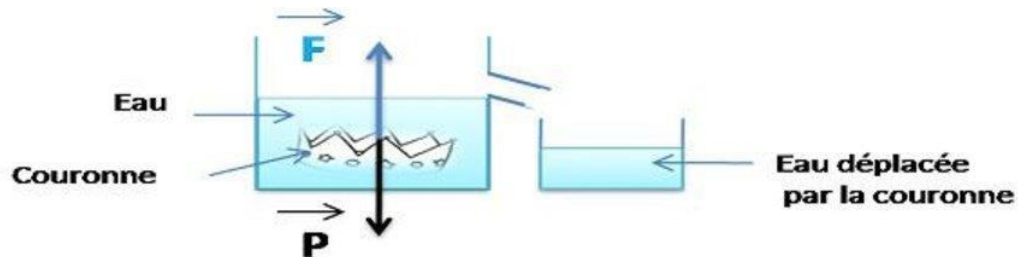
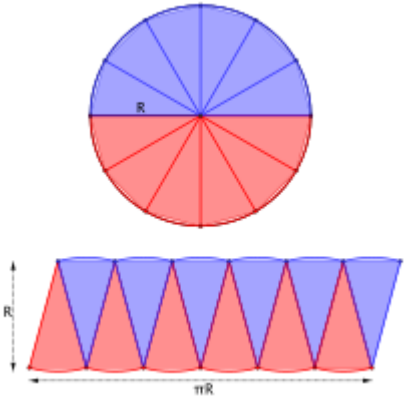
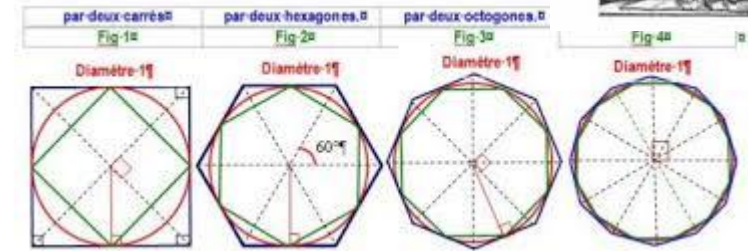
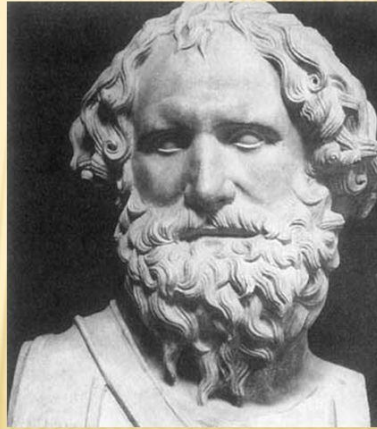
L'ère de la géométrie

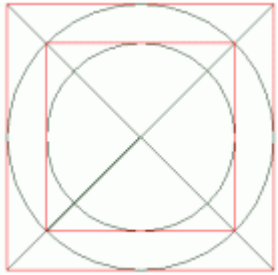


ARCHIMÈDE DE SYRACUSE

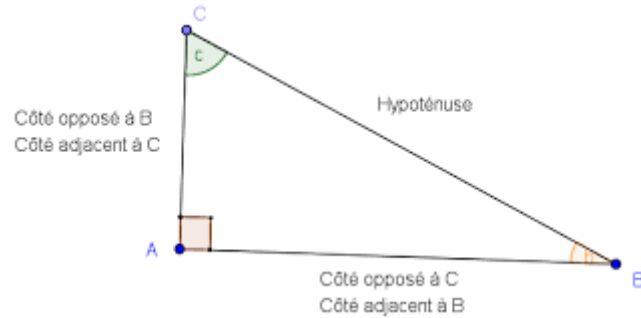
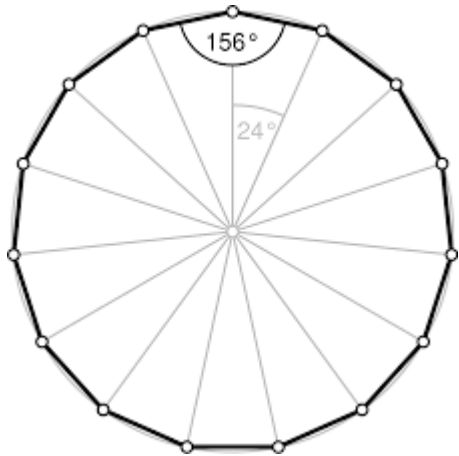
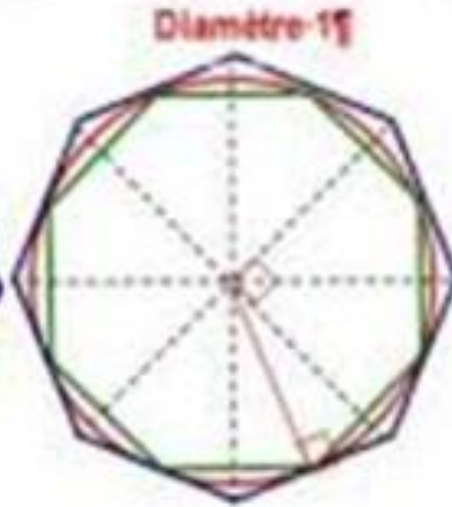
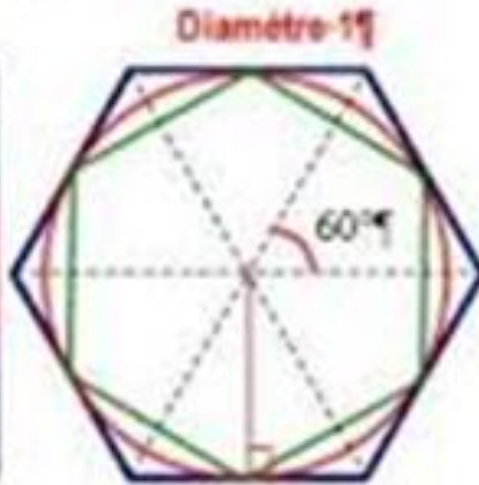
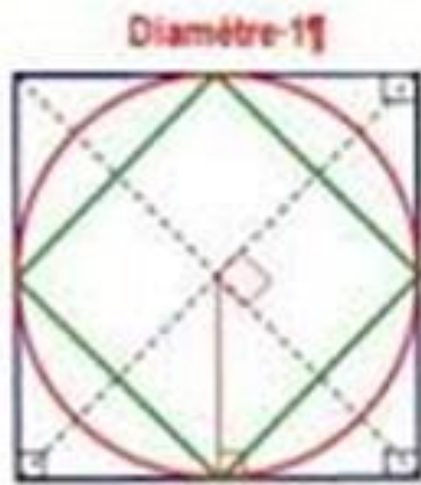
Archimède a été le premier savant à avoir calculé le nombre pi.

Il est né en 287 av J.C. et mort en 212 av J.C. à Syracuse (Italie, Sicile).





par deux carrés	par deux hexagones	par deux octogones	par deux dodécagones
Fig 1	Fig 2	Fig 3	Fig 4



$$\cos(\hat{A}) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin(\hat{A}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\tan(\hat{A}) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{BC}{AB}$$

Pourquoi?

Parce que lorsque l'on choisit un angle dans un triangle rectangle les rapports **côté opposé/hypoténuse** ou **côté adjacent/hypoténuse** ou **côté opposé/côté adjacent** sont toujours les mêmes et ne dépendent pas de la taille du triangle

Pour quoi faire?

Ces formules permettent de
- calculer la longueur d'un côté inconnu
- calculer la mesure d'un angle inconnu
Retenir le mot

Point de départ

C'est quoi?

Ce sont des formules qui font le lien entre les longueurs et les angles qui s'utilisent dans un **triangle rectangle**. Ces trois formules sont **Sinus**, **Cosinus** et **Tangente**

Trigonométrie

Comment faire?

Pour choisir la bonne formule on commence par repérer ce qui est connu (angle et côtés) et ce qui est recherché (un côté ou un angle)

SOH

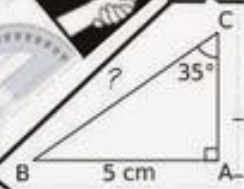
Sinus = côté opposé / hypoténuse

CAH

Cosinus = côté adjacent / hypoténuse

TOA

Tangente = côté opposé / côté adjacent



Pour calculer un **C**ôté

- angle connu: \hat{C}
- côté connu: $AB = 5\text{cm}$ c'est le **côté opposé** à \hat{C}
- côté recherché: BC c'est l'**hypoténuse**

On utilise donc le **Sinus**: $\sin(35) = \frac{5}{BC}$

avec le produit en **C**roix:

$$BC = 5 : \sin(35) \approx 8,6\text{cm}$$

Pour calculer un angle

- angle recherché: \hat{M}
- côtés connus: MR est le **côté adjacent** à \hat{M} et RN est le **côté opposé** à \hat{M}



On utilise donc la **Tangente**: $\tan \hat{M} = \frac{7}{5}$

$$\text{Donc } \hat{M} = \tan^{-1} \left(\frac{7}{5} \right) \approx 54,5^\circ$$



CALCULATRICE


```

quand  est cliqué
effacer tout
relever le stylo
aller à x: 150 y: 0
s'orienter à 90
stylo en position d'écriture
demander combien de côtés ? et attendre
mettre n à réponse
mettre l à 200 * sin de 180 / n
tourner de 90 + 180 / n degrés
répéter n fois
  mettre la couleur du stylo à 
  ajouter 10 à la couleur du stylo
  avancer de l
  tourner de 360 / n degrés
mettre périmètre à n * l
mettre approx à périmètre / 200

```

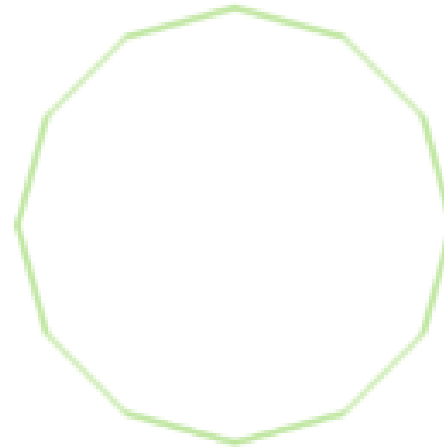
n 3
l 173.205081
périmètre 519.615242
approx 2.598076



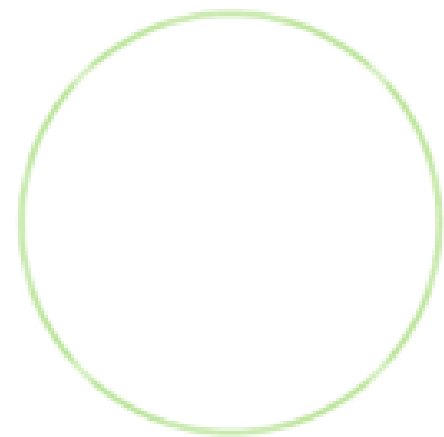
n 6
l 100
périmètre 600
approx 3



n 12
l 51.763309
périmètre 621.165708
approx 3.105829



n 96
l 5.943217
périmètre 629.20639
approx 3.141032



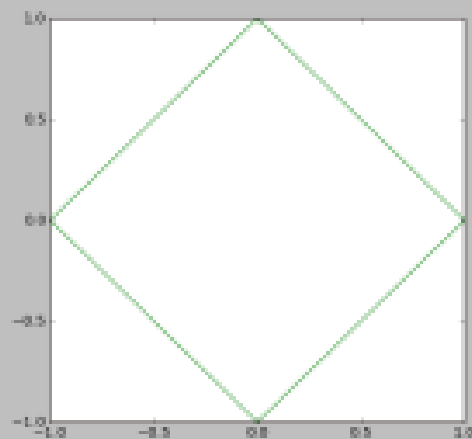
Autour de π

La méthode d'Archimède sur Python

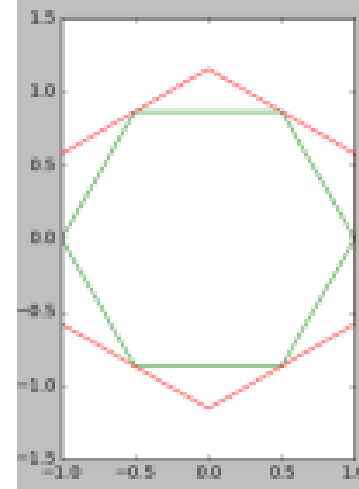
```
from math import *
import matplotlib.pyplot as plt
def inscriit(n):
    npi
    y0
    perimetre=0
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        perimetre+=sqrt((x-t)**2+(y-t)**2)
    approx_inf=perimetre/2
    return approx_inf
def graph_inscriit(n):
    npi
    y0
    X=[x]
    Y=[y]
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        X.append(x)
        Y.append(y)
    plt.plot(X, Y, 'g-')
    plt.show()
```

```
def circonscrit(n):
    npi
    y=asin(pi/n)
    perimetre=0
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        perimetre+=perimetre+sqrt((x-t)**2+(y-t)**2)
    approx_sup=perimetre/2
    return approx_sup
def graph_circonscrit(n):
    npi
    y=asin(pi/n)
    X=[x]
    Y=[y]
    perimetre=0
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        X.append(x)
        Y.append(y)
    plt.plot(X, Y, 'r-')
    plt.show()
```

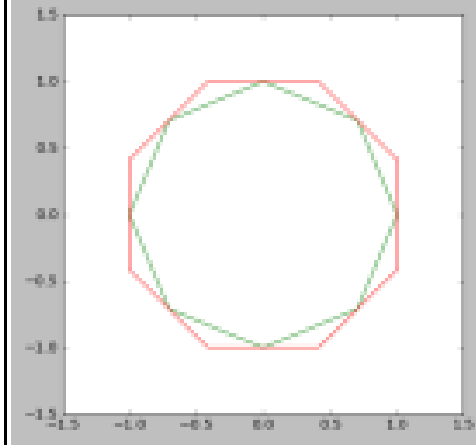
```
def graph(n):
    npi
    y0
    X_1=[x]
    Y_1=[y]
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        X_1.append(x)
        Y_1.append(y)
    npi
    y=asin(pi/n)
    X=[x]
    Y=[y]
    for k in range(n):
        t=k*pi/n
        x=cos(pi*2/n)*a-sin(pi*2/n)*y
        y=sin(pi*2/n)*a+cos(pi*2/n)*t
        X.append(x)
        Y.append(y)
    plt.plot(X_1, Y_1, 'g-')
    plt.plot(X, Y, 'r-')
    plt.show()
def approx(n):
    approx_inf=inscriit(n)
    approx_sup=circonscrit(n)
    I=[approx_inf, approx_sup]
    return I
```



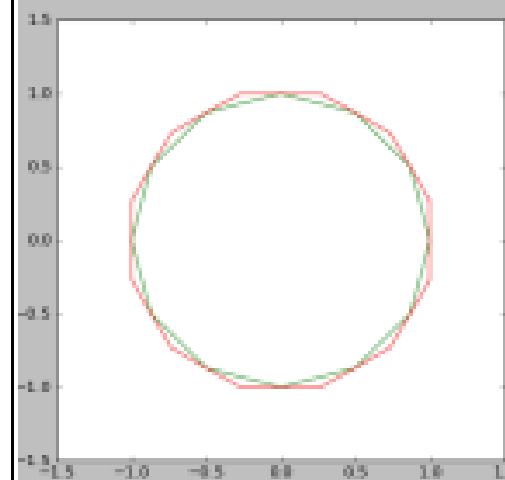
```
>>> approx(4)
[3.02843712474616, 3.099999999999999]
```



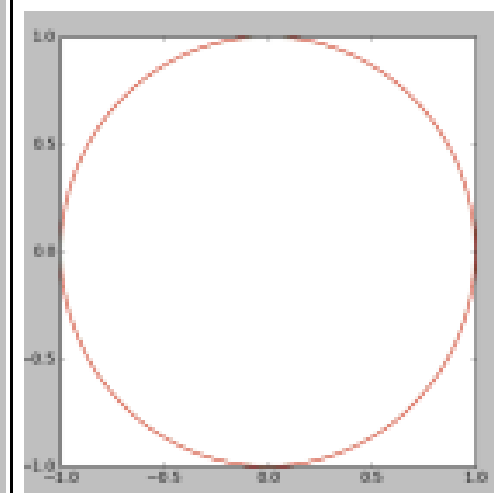
```
>>> approx(6)
[2.8989999999999996, 3.4641616151377535]
```



```
>>> approx(8)
[3.0614674889207187, 3.3137084999999996]
```



```
>>> approx(12)
[3.140826541230249, 3.2159999999999999]
```



```
>>> approx(96)
[3.141831850899505, 3.1427189999999996]
```

HIERON



ARCHIMEDES



L'ère des calculs

$$\pi = \frac{1}{2} \left(3 + \frac{4}{1^2} - \frac{4}{3^2} + \frac{4}{5^2} - \frac{4}{7^2} + \frac{4}{9^2} - \frac{4}{11^2} + \frac{4}{13^2} - \frac{4}{15^2} + \frac{4}{17^2} - \frac{4}{19^2} + \frac{4}{21^2} - \frac{4}{23^2} + \frac{4}{25^2} - \frac{4}{27^2} + \frac{4}{29^2} - \frac{4}{31^2} + \frac{4}{33^2} - \frac{4}{35^2} + \frac{4}{37^2} - \frac{4}{39^2} + \frac{4}{41^2} - \frac{4}{43^2} + \frac{4}{45^2} - \frac{4}{47^2} + \frac{4}{49^2} \right)$$



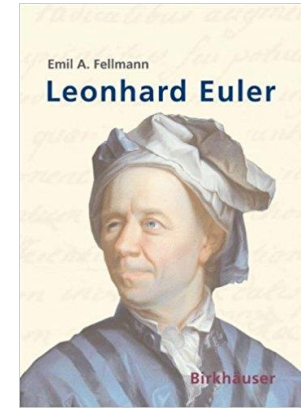
The Wallis Formula For Pi

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{5} \frac{6}{5} \frac{6}{7} \dots$$

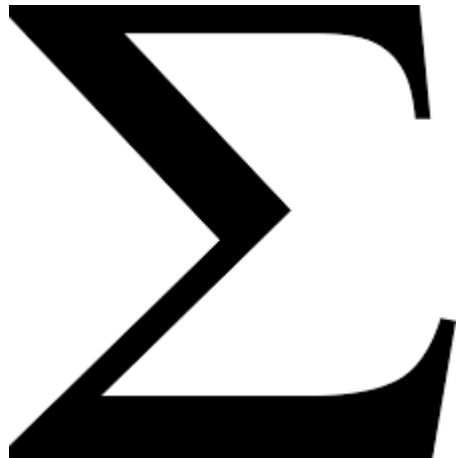


Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646 - 1716)

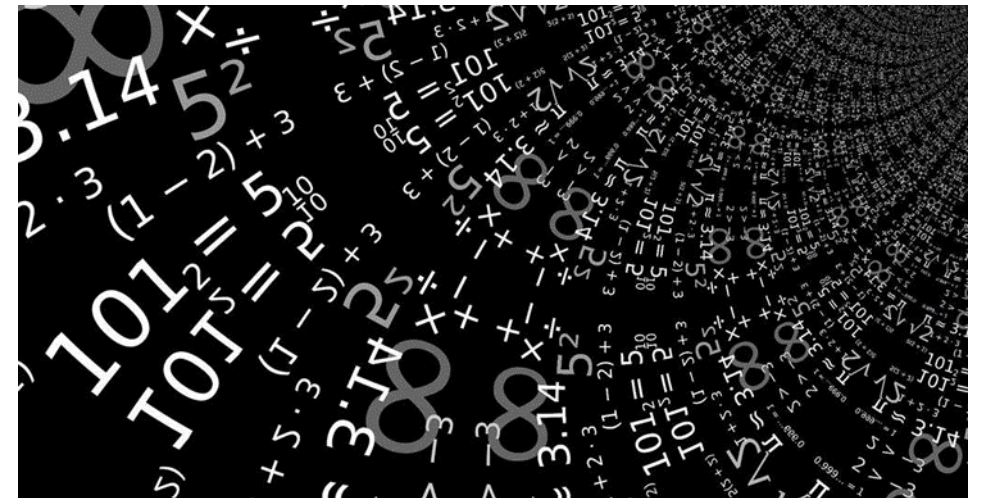
$$\pi = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)}$$



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$



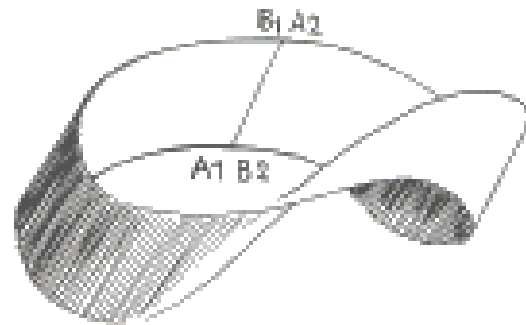
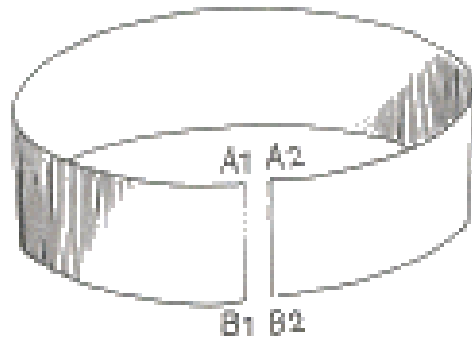
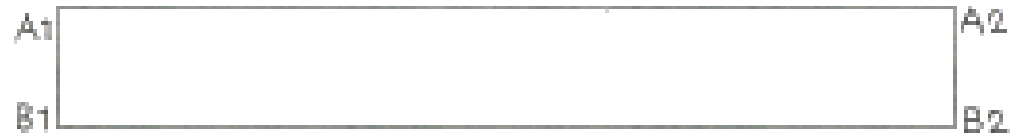
Notation	Notation	Lire
Complète	$S_n = \sum_{i=1}^n i^2$	Sigma de i au carré pour i de 1 à n
Abrégée	Σn^2	Sigma n carré





The Wallis Formula For Pi

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \frac{2}{3} \frac{4}{3} \frac{4}{5} \frac{6}{5} \frac{6}{7} \dots$$



LE SYMBOLE DE L'INFINI

- Il symbolise l'éternité, la responsabilisation et l'amour éternel.
- Lemniscate. (l'autre nom pour le symbole) signifie "ruban". Il a été introduit pour la première fois au cours du dix-septième siècle par John Wallis, un mathématicien anglais qui voulait créer un symbole pour représenter l'idée de l'infini.
- Plusieurs cultures utilisent le signe pour représenter leurs croyances de débuts et finitions perpétuelles.
 - Les nœuds celtiques n'ont pas de fin ou de début.
 - La croix celtique représente l'amour spirituel. Il est basé sur le symbole de l'infini.



John Wallis
1655



Le lemniscate de
Jacob Bernoulli
1696



Croix de saint Boniface
700



Ouroboros
1600 av. J.-C.

Il n'existe que deux choses infinies, l'univers et la bêtise humaine... mais pour l'univers, je n'ai pas de certitude absolue.



Albert
Einstein



Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646 - 1716)

$$\pi = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)}$$



À droite, Isaac Newton ; à gauche Gottfried Wilhelm von Leibniz. Les deux plus grands intellectuels de leur temps. Ils sont philosophes, mathématiciens et physiciens. Mais Newton, président de la Royal Society de Londres, est aussi alchimiste, astronome et économiste, tandis que Leibniz, président de l'Académie des sciences de Berlin, est juriste, linguiste, historien, géographe, diplomate et théologien !



Dieu est un océan, dont nous n'avons reçu que quelques gouttes...

Leibniz

www.citation-celebre.com

HISTORIQUE

- ✘ La création du calcul infinitésimal est liée à une polémique entre deux mathématiciens : Isaac Newton et Gottfried Wilhelm von Leibniz. Néanmoins, son histoire est très vaste, d'Archimède à Barrow en passant par Fermat.

Barrow, Descartes, Fermat, Huygens et Wallis contribuèrent également dans une moindre mesure au développement du calcul infinitésimal.



Sir Isaac Newton

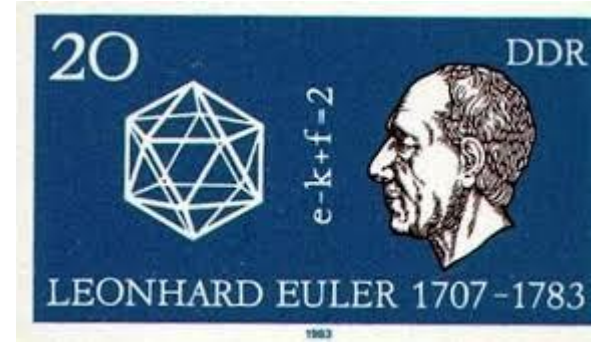
Gottfried Wilhelm von Leibniz



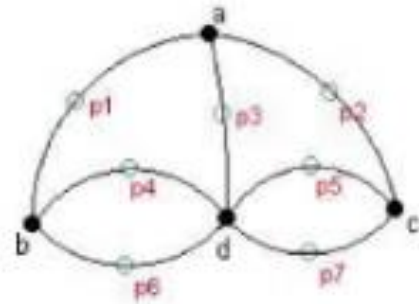
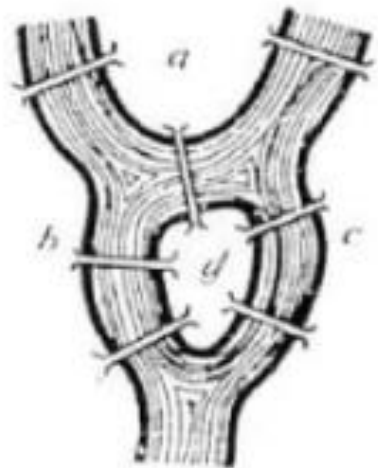
Leibniz consacre également de nombreuses années à concevoir une machine à calculer capable d'effectuer des multiplications et des divisions.



$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

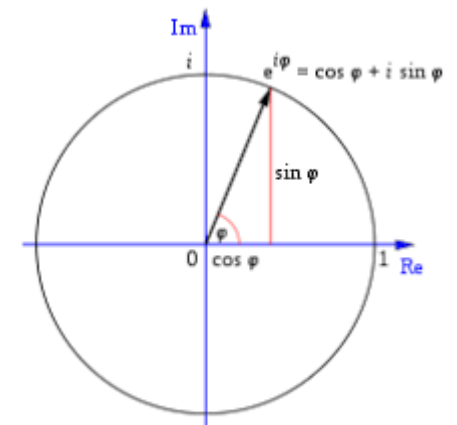
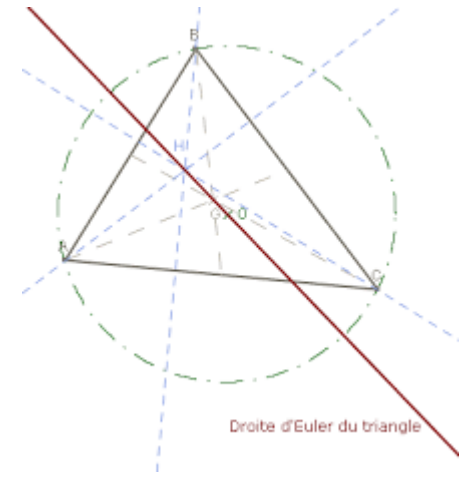


La ville de Königsberg comprenait sept ponts, disposés selon le schéma ci-dessous. Le souhait des habitants de Königsberg était de faire un trajet passant une fois et une seule par chaque pont. Comment faire ?



The Euler characteristic for convex polyhedra always equals 2

Name	Image	Vertices V	Edges E	Faces F	Euler characteristic: V - E + F
Tetrahedron		4	6	4	2
Hexahedron or cube		8	12	6	2
Octahedron		6	12	6	2
Dodecahedron		20	30	12	2
Icosahedron		12	30	20	2




```

1 from math import *
2 def Leibniz(n):
3     S=0
4     for k in range(n+1):
5         S=S+(-1)**(k)/(2*k+1)
6     approx=4*S
7     return(approx)

```

```

8 def Wallis(n):
9     k=n//2
10    Part1=1
11    Part2=1
12    for i in range(1,k+1,1):
13        Part1=Part1*2*i/(2*i-1)
14        Part2=Part2*2*i/(2*i+1)
15    P=Part1*Part2
16    approx=2*P
17    return(approx)

```

```

18 def Euler(n):
19     S=0
20     for k in range(1,n+1,1):
21         S=S+1/(k**2)
22     approx=sqrt(6*S)
23     return(approx)

```

Python 3.5.2 Shell

File Edit Shell Debug Options Window

Python 3.5.2 (v3.5.2:4def2a2901a5
D64)] on win32

Type "copyright", "credits" or "!"
>>>

RESTART: C:/Data/1718/dnl première
ulation of pi/Leibniz1.py

```

>>> Leibniz(10)
3.232315809405594
>>> Leibniz(100)
3.1514934010709914
>>> Leibniz(1000)
3.1425916543395442
>>> Leibniz(10000)
3.1416926435905346
>>> Leibniz(100000)
3.1416026534897203
>>>

```

Python 3.5.2 Shell

File Edit Shell Debug Options Window Help

Python 3.5.2 (v3.5.2:4def2a2901a5, Ju
D64)] on win32

Type "copyright", "credits" or "licen
>>>

RESTART: C:\Data\1718\dnl première\d
ulation of pi\Leibniz1.py

```

>>> Wallis(10)
3.002175954556908
>>> Wallis(100)
3.126078900215413
>>> Wallis(1000)
3.140023818600602
>>> Wallis(10000)
3.1414355935899456
>>> Wallis(100000)
3.141576945822886
>>>

```

Python 3.5.2 Shell

File Edit Shell Debug Options Window

Python 3.5.2 (v3.5.2:4def2a2901a5
D64)] on win32

Type "copyright", "credits" or "!"
>>>

RESTART: C:\Data\1718\dnl première
ulation of pi\Leibniz1.py

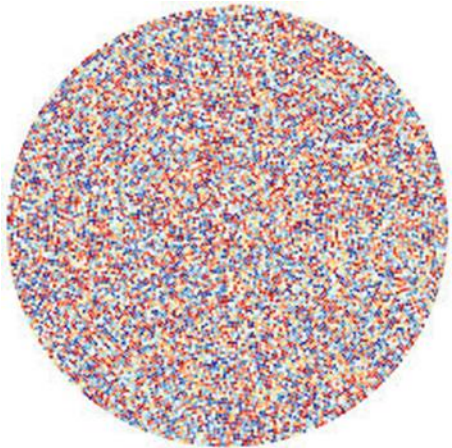
```

>>> Euler(10)
3.04936163598207
>>> Euler(100)
3.1320765318091053
>>> Euler(1000)
3.1406380562059946
>>> Euler(10000)
3.1414971639472147
>>> Euler(100000)
3.141583104326456

```

L'ère du hasard

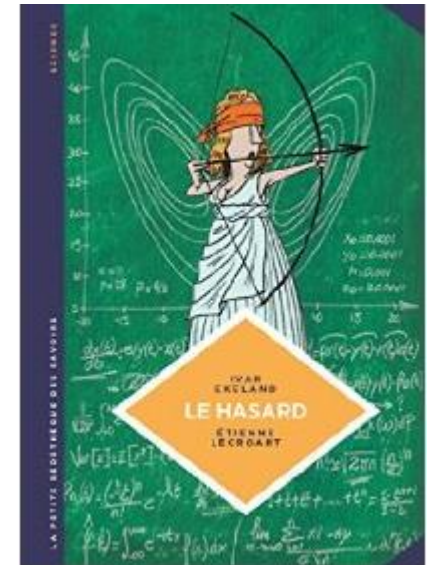
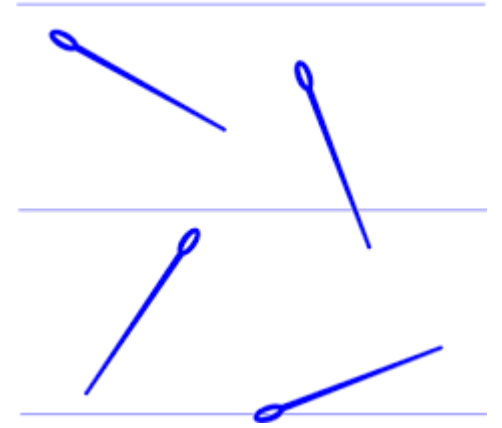
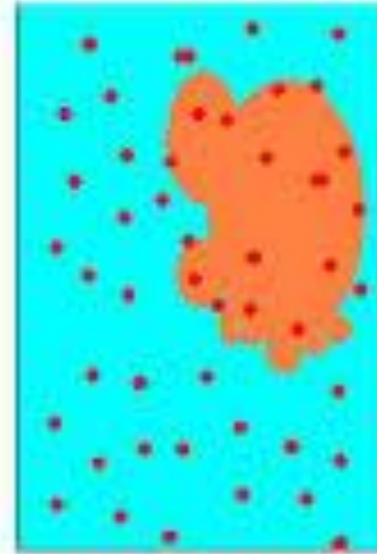
$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{23} + \frac{1}{25} - \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{35} + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} + \frac{1}{41} - \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \frac{1}{47} + \frac{1}{49}$$



Approximation de Pi par la méthode de Monte Carlo

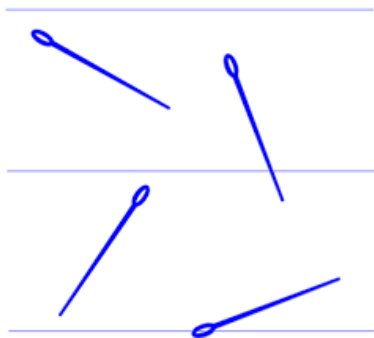
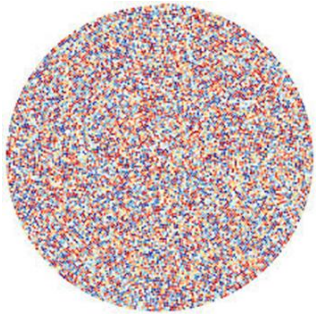
■ Idée générale

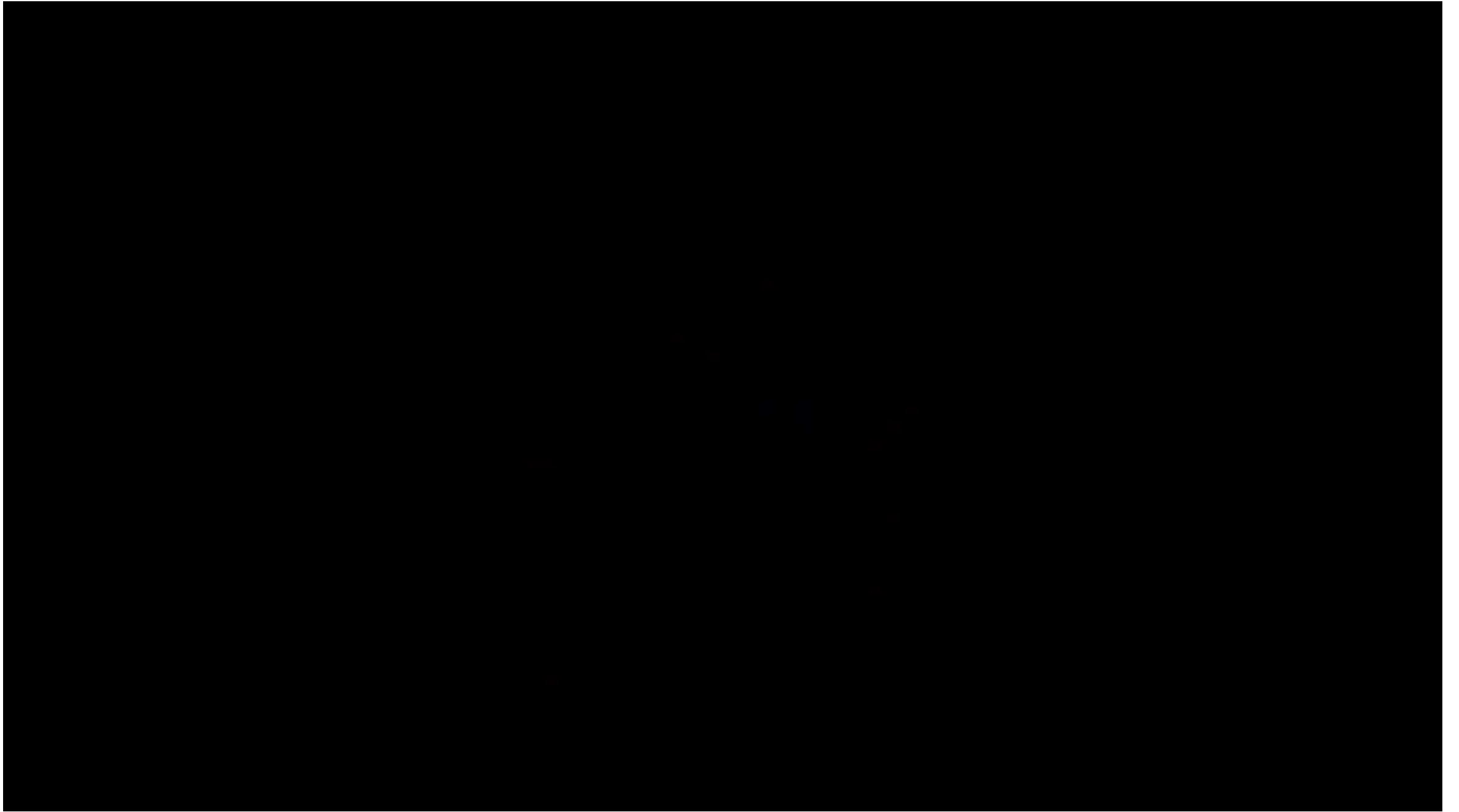
On place des points au hasard dans un domaine d'aire connu. Lorsque le nombre de points placés tend vers l'infini, la proportion des points « tombés » dans un sous domaine permet d'obtenir son aire.



L'ère du hasard


$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{17} - \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{23} + \frac{1}{25} - \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{35} + \frac{1}{37} - \frac{1}{39} + \frac{1}{41} - \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \frac{1}{47} + \frac{1}{49} - \frac{1}{51} + \frac{1}{53} - \frac{1}{55} + \frac{1}{57} - \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \frac{1}{63} + \frac{1}{65} - \frac{1}{67} + \frac{1}{69} - \frac{1}{71} + \frac{1}{73} - \frac{1}{75} + \frac{1}{77} - \frac{1}{79} + \frac{1}{81} - \frac{1}{83} + \frac{1}{85} - \frac{1}{87} + \frac{1}{89} - \frac{1}{91} + \frac{1}{93} - \frac{1}{95} + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} + \dots$$





Autour de π

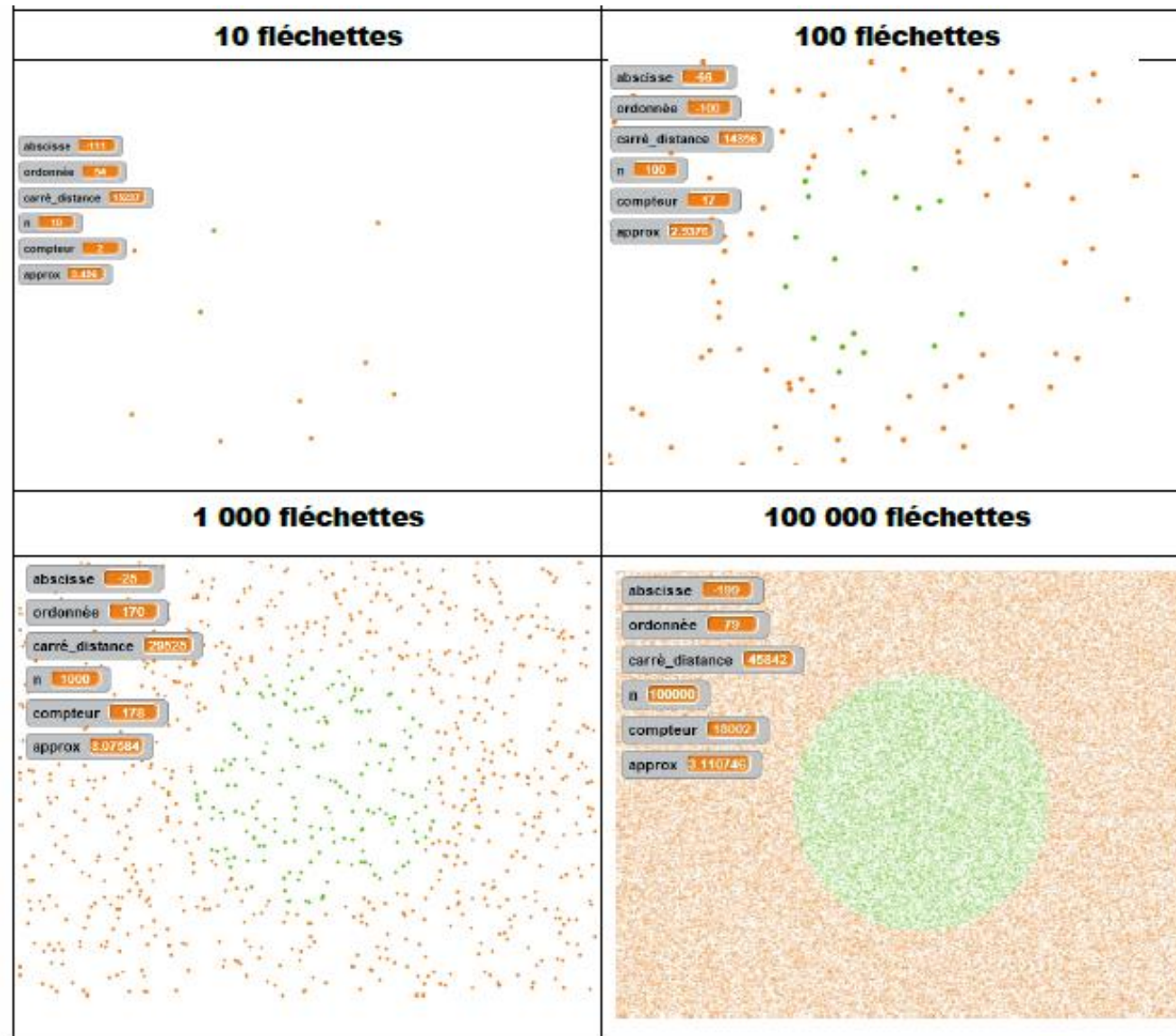
Monté Carlo sur Scratch

```
quand  est cliqué
effacer tout
mettre la taille du stylo à 1
demander "Combien de points ?" et attendre
mettre n à réponse
mettre compteur à 0
répéter n fois
  aller à x: 0 y: 0
  point
  si carré_distance < 10000 alors
    mettre compteur à compteur + 1
mettre approx à (1728 * compteur) / (100 * n)
```

```
définir point
mettre abscisse à nombre aléatoire entre -240 et 240
mettre ordonnée à nombre aléatoire entre -180 et 180
mettre carré_distance à (abscisse * abscisse) + (ordonnée * ordonnée)
si carré_distance < 10000 alors
  mettre la couleur du stylo à 
sinon
  mettre la couleur du stylo à 
relever le stylo
aller à x: abscisse y: ordonnée
stylo en position d'écriture
relever le stylo
```

Autour de π

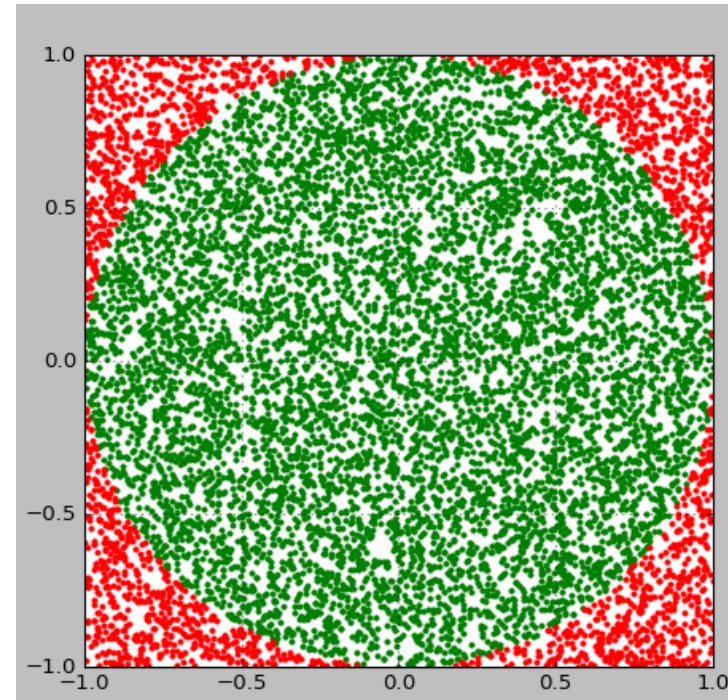
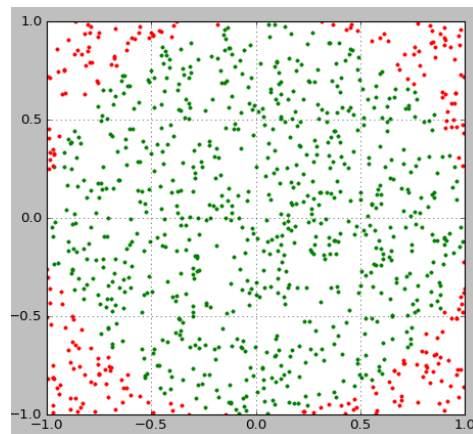
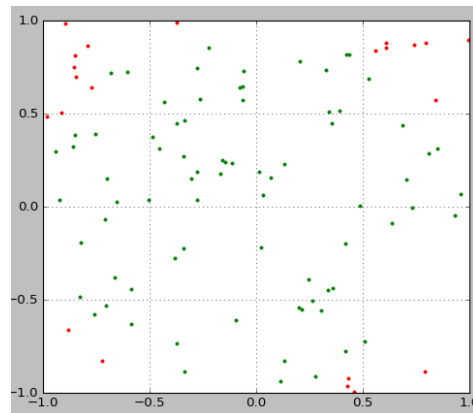
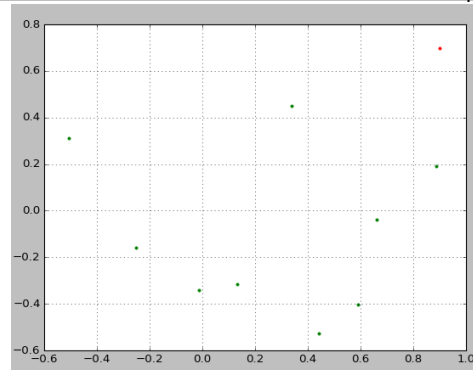
Monté Carlo sur Scratch



```

from math import *
import random
import matplotlib.pyplot as plt
def monte_carlo(n):
    compteur=0
    for k in range(n):
        x=-1+2*random.random()
        y=-1+2*random.random()
        d=x**2+y**2
        if d<=1:
            compteur=compteur+1
    return (4*compteur/n)
def graph_mc(n):
    X_i=[]
    Y_i=[]
    X_e=[]
    Y_e=[]
    for k in range(n):
        x=-1+2*random.random()
        y=-1+2*random.random()
        d=x**2+y**2
        if d<=1:
            X_i.append(x)
            Y_i.append(y)
        else:
            X_e.append(x)
            Y_e.append(y)
    plt.plot(X_i,Y_i,'g.')
    plt.plot(X_e,Y_e,'r.')
    plt.grid()
    plt.show()

```



```

>>> monte_carlo(10)
2.8
>>> monte_carlo(100)
3.12
>>> monte_carlo(1000)
3.068
>>> monte_carlo(10000)
3.1404
>>> monte_carlo(100000)
3.13784

```


L'aiguille de Buffon

Ou comment approximer π avec une aiguille lancée sur un parquet ?

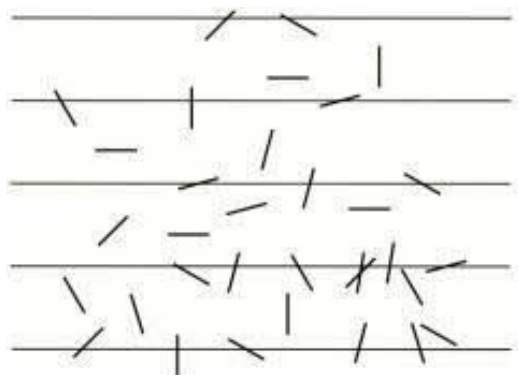


Georges Louis Leclerc de Buffon (1707-1788) a montré que la probabilité qu'une aiguille de longueur L , lancée sur un parquet dont les lattes ont une largeur L , coupe le bord d'une latte est $\frac{2}{\pi}$.

C'est la première fois que la **géométrie** apparaît en termes en **probabilités**.



$$\begin{aligned} P\left(\frac{X}{\cos\theta} < \frac{L}{2}\right) &= \int_{0 < x < \frac{L}{2}\cos\theta} dx d\theta \\ &= \frac{4}{\pi D} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{L}{2}\cos\theta} dx d\theta \\ &= \frac{4}{\pi D} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{L}{2} \cos\theta d\theta \\ &= \frac{2L}{\pi D} \end{aligned}$$





Nombre premiers entre eux

~~6 et 123~~

17 et 4892 ✓

~~159530 et 377~~

1001 et 1054 ✓

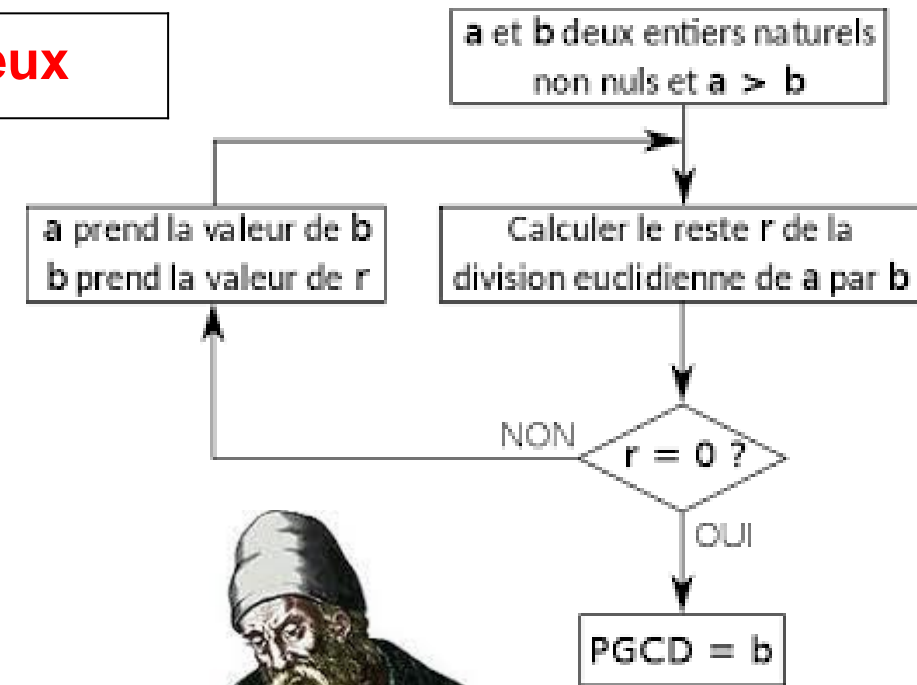
2 et 3 ✓ 7 et 222 ✓

99999 et 100000 ✓

~~65 et 1313~~

Définition :

On dit que deux nombres a et b sont **premiers entre eux** lorsque leur **Plus Grand Diviseur** est égal à **1** ; c'est à dire $PGCD(a ; b) = 1$



Algorithme d'Euclide – Calcul du PGCD de deux nombres entiers - Sur SCRATCH

Variables :
 a est un nombre entier
 b est un nombre entier
 r est un nombre entier

Début algorithme

Lire a

Lire b

Tant que $b > 0$

reste de a div $b \rightarrow r$

$b \rightarrow a$

$r \rightarrow b$

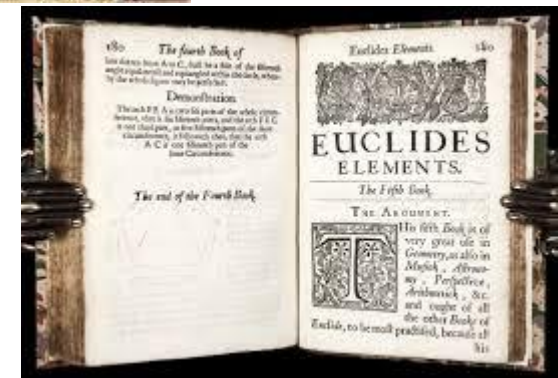
Fin de Tant que

Afficher a

Fin algorithme

```

when clicked
  say Je calcule le PGCD de a et b. for 2 secs
  ask Donner la valeur de a and wait
  set a to answer
  ask Donner la valeur de b and wait
  set b to answer
  think Je calcule...
  repeat until b = 0
    set r to a mod b
    set a to b
    set b to r
  say join Le PGCD est a
  
```





Autour de π

Le théorème de Césaro



Théorème *Cesàro*

Soient n un entier supérieur à 2 et $(a, b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ tels que $a \leq b \leq n!$.

On note p_n la probabilité que a et b soient premiers entre eux.

Alors la suite (p_n) admet une limite et :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = \frac{6}{\pi^2}$$

Conclusion : la probabilité que deux entiers naturels non nuls, choisis au hasard, soient premiers entre eux est

égale à $\frac{6}{\pi^2}$, soit environ 61 %.

```

1 import random
2 def fprem(n):
3     assert (n>=2)
4     L=[]
5     d=2
6     while d*d<=n:
7         while n%d==0:
8             L.append(d)
9             n=n//d
10            d=d+1
11        if n>1:
12            L.append(n)
13        return L
14 def f_prem_u(n):
15     L=set(fprem(n))
16     return L
17 def f_communs(n,k):
18     L=f_prem_u(n)
19     K=f_prem_u(k)
20     I=L.intersection(K)
21     return I
22 def nb_facteurs_communs(n,k):
23     I=f_communs(n,k)
24     a=len(I)
25     return a
26 def cesaro(p):
27     counter=0
28     for i in range(p):
29         n=random.randint(1,1000000)
30         k=random.randint(1,1000000)
31         a=nb_facteurs_communs(n,k)
32         if a==0:
33             counter=counter+1
34     prop=counter/p
35     return(prop)
36

```

```

Python 3.5.2 Shell
File Edit Shell Debug O
Python 3.5.2 (v3.5.2:
D64) on win32
Type "copyright", "c:
>>>
RESTART: E:/1718/mat
>>> cesaro(100)
0.59
>>> cesaro(100000)
0.60736
>>> |

```

