

Brojevi u starim kulturama

nocistrazivaca.rs /  nocistrazivaca.rs



**EVROPSKA
NOĆ
ISTRAŽIVAČA**

Deseta noć, kroz znanje daje moć

2019

Novi Sad / Subotica / Zrenjanin / Beograd / Niš / Šabac / Pančevo / Svilajnac / Čuprija / Jagodina / Kragujevac / Zaječar / Negotin / Trstenik / Indija
Ub / Užice / Smederevo / Ranovac / Čačak / Leskovac / Bečej / Novi Pazar / Knjaževac / Despotovac / Kruševac / Kikinda / Mali Zvornik / Gornji Milanovac

27/28. SEPTEMBAR 2019.

**SVI SADRŽAJI
SU BESPLATNI**



European
Commission

Horizon 2020
European Union funding
for Research & Innovation



NOĆ
MARIE CURIE
ACTIONS



Noć istraživača
SRBIJA 2019.

Smederevo

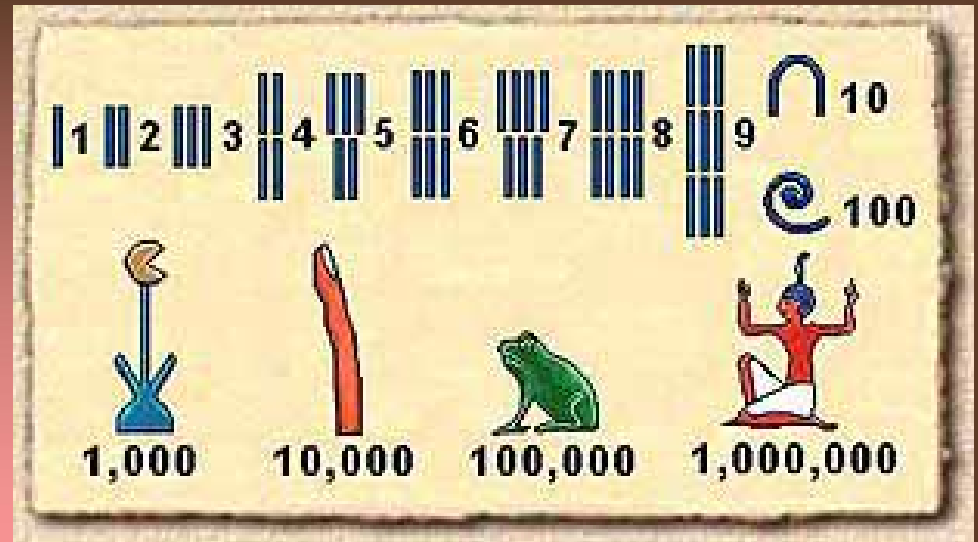
Brojni sistem Egipta

(3000. g. p.n.e.)



HIJEROGLIFI

- pismo se sastoji od raznih simbola i sličica
- ima 7 simbola pomoću kojih zapisujemo brojeve
- baza 10



Primer:

$$\begin{array}{c} \text{Lotus} \text{ } \text{Spiral} \text{ } \text{Hook} \text{ } \text{Bar} \\ \text{Lotus} \text{ } \text{Spiral} \text{ } \text{Hook} \text{ } \text{Bar} \\ \text{Lotus} \text{ } \text{Spiral} \text{ } \text{Hook} \text{ } \text{Bar} \end{array} = 3,244$$

$$\begin{array}{c} \text{Finger} \text{ } \text{Lotus} \text{ } \text{Spiral} \text{ } \text{Hook} \text{ } \text{Bar} \\ \text{Finger} \text{ } \text{Lotus} \text{ } \text{Spiral} \text{ } \text{Hook} \text{ } \text{Bar} \end{array} = 21,237$$

$$\begin{array}{c} \text{Lotus} \text{ } \text{Circle} \text{ } \text{Circle} \text{ } \text{Circle} \text{ } \text{Triangle} \\ \text{Triangle} \end{array} \begin{array}{c} \text{Triangle} \text{ } \text{Triangle} \text{ } \text{Triangle} \text{ } \text{Triangle} \\ \text{Triangle} \text{ } \text{Triangle} \text{ } \text{Triangle} \end{array} \text{Bar} = 1973$$

$$\begin{array}{c} \text{Seated Man} \text{ } \text{Seated Man} \text{ } \text{Finger} \text{ } \text{Finger} \text{ } \text{Finger} \text{ } \text{Finger} \\ \text{Seated Man} \text{ } \text{Seated Man} \text{ } \text{Seated Man} \text{ } \text{Seated Man} \end{array} \text{Circle} \text{ } \text{Bar} = 2235102$$

$$\text{Circle} \text{ } \text{Triangle} \text{ } \text{Bar} = 125$$

HIJERATSKI BROJEVI

• menjali su se tokom vremena

• **Boyer** (pre 50 godina)

Korišćeni pojedinačni znakovi za:



• jedinice (1, 2,...9)

• desetice (10, 20,...90)

• stotice(100, 200,...900)

• hiljade (1000, 2000,...9000)

1	𐀀	10	𐀁	100	𐀂	1000	𐀃
2	𐀄	20	𐀅	200	𐀆	2000	𐀇
3	𐀈	30	𐀉	300	𐀊	3000	𐀋
4	𐀌	40	𐀍	400	𐀎	4000	𐀏
5	𐀐	50	𐀑	500	𐀒	5000	𐀓
6	𐀔	60	𐀕	600	𐀖	6000	𐀗
7	𐀘	70	𐀙	700	𐀚	7000	𐀛
8	𐀜	80	𐀝	800	𐀞	8000	𐀟
9	𐀠	90	𐀡	900	𐀢	9000	𐀣

Hieratic numerals

1800 p.n.e

Egyptian hieratic numerals (mathematical papyrus, c. 1600 BC)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
units	𐀀	𐀄	𐀈	𐀌	𐀐	𐀔	𐀘	𐀜	𐀠
tens	𐀁	𐀅	𐀉	𐀍	𐀑	𐀕	𐀙	𐀝	𐀡
hundreds	𐀂	𐀆	𐀊	𐀎	𐀒	𐀖	𐀚	𐀞	𐀢
thousands	𐀃	𐀇	𐀋	𐀏	𐀓	𐀗	𐀛	𐀟	𐀣
tens of thousands	𐀃								
hundreds of thousands	𐀃								

© 2003 Encyclopædia Britannica, Inc.

1600 p.n.e

Primeri:



Demotski brojevi

- nastali u 8 veku p.n.e. iz hijeratskih brojeva
- drugačiji način zapisivanja brojeva -> isti princip kao hijeratski brojevi
- 664-525. p.n.e. -> glavno pismo
- koristilo se do polovine 5. veka p.n.e.
- Demotski sistem brojeva će preuzeti i Stari Grci

Demotsko pismo se deli na tri perioda:

- rano demotsko pismo (650 - 400 p.n.e.)
- srednje (ptolomejsko) demotsko pismo (400 - 30. p.n.e.)
- kasno (rimsko) demotsko pismo (30. p.n.e. - 452)

RAZLOMCI

Poznavali su samo **jedinične razlomke**

⇒ zapisivali tako da zapišu imenilac i iznad njega stave simbol otvorenih usta

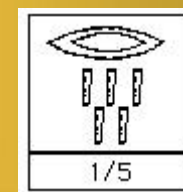
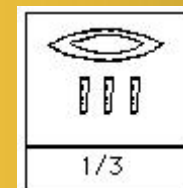
Specijalni znakovi su postojali samo za $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{4}$



oko boga Horusa

celokupni simbol oka ima vrednost 1

Primer:



$$\frac{6}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{42}$$

Vavilonski brojni sistem

(oko 2000. g. p.n.e)



u početku koristili pet simbola



Danas:

za prikaz brojeva koristili "jedinice" i "desetice"

koriste dva simbola



Primer:

broj 95:



60+30+5

baza 60

Primer:

1,57,46,40 = 424000

2,27 squared is 6,0,9

1	11	21	31	41	51
2	12	22	32	42	52
3	13	23	33	43	53
4	14	24	34	44	54
5	15	25	35	45	55
6	16	26	36	46	56
7	17	27	37	47	57
8	18	28	38	48	58
9	19	29	39	49	59
10	20	30	40	50	

Tablica recipročnih brojeva

a	$\frac{1}{a}$
2	30
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7; 30
9	6; 40
10	6
12	5
15	4
16	3; 45
18	3; 20
20	3
24	2; 30
25	2; 24
27	2; 13; 20

Objašnjenje

$$a = 9 \text{ je } \frac{1}{a} = 6 \times 60^{-1} + 40 \times 60^{-2}$$

Grčki brojni sistem

(oko 900. p.n.e. - 200. n.e.)

Imali dva uporedna brojna sistema

Prvi je bio zasnovan na početnim slovima imena brojeva

I	II	III	IIII	Ϟ	ϟ	Ϡ	ϡ	Ϣ	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 - 10 in Greek acrophonic numbers									

Ϟ	Δ	Η	Χ	Μ
Pente	Deka	Hekaton	Khilioi	Murioi
Πεντε	Δεκα	Ηεκατον	Χιλιοι	Μυριοι
5	10	100	1000	10000

Δ	Ϟ	Η	Ϟ	Χ	Ϟ	Μ	Ϟ
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000
Higher numbers and combining acrophonic numerals							

Primer:



= 5678

Baza 10

Drugi je upotrebljavao sva slova grčkog alfabeta i tri iz feničkog alfabeta

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8

Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ϛ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Ϝ
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϝ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Primer:

Σ	Ε	Θ
---	---	---

= 269

Rimski brojni sistem

(400. p.n.e. - 600. n.e.)



NEPOZICIONI brojni sistem

- jedan je od najpoznatijih brojnih sistema u istoriji ljudske civilizacije
- jedan znak predstavlja jednu vrednost
- nije osnovan na nekom baznom broju
- osnovni simboli u rimskom brojnom sistemu su **I, V, X, L, C, D, M** (ima ih sedam)

Vrednost simbola

I	□	1
V	□	5
X	□	10
L	□	50
C	□	100
D	□	500
M	□	1000

Pravila za pisanje rimskih brojeva

- Ako su simboli napisani jedan do drugog tako da desni nije veći od levog, onda se vrednosti simbola sabiraju

Primer (zbrajanje simbola)

$$LXVII = L+X+V+I+I = 50+10+5+1+1 = 67$$

- Ako su simboli napisani tako da je vrednost levog simbola manji od desnog, onda se vrednost levog simbola oduzima od vrednosti desnog

Primer (oduzimanje simbola)

$$IV = 4$$

$$IX = 9$$

Primer čitanja rimskih brojeva

$$\text{CXXIX} = \text{C} + \text{X} + \text{X} = 120$$

nakon čega dolazi IX gde
je X veći od I i nalazi mu
se s desne strane pa se I
mora oduzeti od X te
iznosi 9, što se dodaje
broju 120 pa iznosi 129

$$\text{CXXIX} = 129$$

Najveći broj koji bi se mogao napisati
rimskim brojnim sistemom je:

$$\begin{aligned} &\text{MMM CM XC IX} \\ &= 3000 + 900 + 90 + 9 \\ &= 3999 \end{aligned}$$

Što je sa brojevima koji su veći ili jednaki 4000 ?

$$\overline{V} = 5\ 000$$

$$\overline{X} = 10\ 000$$

$$\overline{L} = 50\ 000$$

$$\overline{D} = 500\ 000$$

$$\overline{M} = 1\ 000\ 000$$

$$XV = 15 \rightarrow \overline{XV} = 15\ 000$$

$$CMXXIV = 924 \rightarrow \overline{CMXXIV} = 924\ 000$$

Mane sistema:

- Njegova ograničenost
- Nema decimalnih brojeva
- Veliki broj simbola za velike brojeve
- Nepostojanje nule

Latinski nazivi rimskih brojeva

- I** – unus, una ,unum **XI** – unadecim
II – duo, duae, duo **XII** – duodecim
III – tres, tria **XIII** – tresdecim
IV – quattuor **XIV** – quattuordecim
V – quinque **XV** – quinquedecim
VI – sex **XVI** – sedecim
VII – septem **XVII** – septedecim
VIII – octo **XVIII** – duodeviginti
IX – novem **XIX** – unadeviginti
X – decem **XX** – viginti
XXIV – quattuoretviginti **XXX** – triginta

Kineski brojni sistem

(oko 1400.-1100. g. p.n.e.)

- najpre se računalo "na prste"

- u 2. milenijumu p.n.e. imali su imali simbole za brojeve

—	==	≡	≡≡	⌘
1	2	3	4	5
↑↑	†) (5 ^x	
6	7	8	9	10
∪	∩	∩	⌘	↑↑
20	30	40	50	60
⊖	⊖	⊖	⊖	⊖
100	200	300	400	500
↷	↷	↷	↷	↷
1000	2000	3000	4000	5000

2000.god. p.n.e

Primer:




$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{↷} & \text{⊖} & \text{⌘} & \text{5}^x \\ \hline \end{array} = 4359$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{↷} & \text{) (} \\ \hline \end{array} = 5080$$

baza 10

kasnije se računalo pomoću štapića

- brojevi od 1 - 5 bili su prikazivani kao horizontalne crtice
- brojevi od 6 - 9 su prikazivani kao jedan vertikalni štapić te kombinacija od nekoliko horizontalnih štapića

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

400.god p.n.e.

- nakon uvođenja negativnih brojeva, štapići za računanje su se izrađivali u dve boje:
 - crveni za pozitivne
 - crni za negativne brojeve

s vremenom kinesko se pismo malo promenilo i oblikovalo

Simple	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
Complex	壹	貳	參	肆	伍	陸	柒	捌	玖	拾	佰	仟	萬
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

savremeni kineski znakovi za brojeve

Čitanje kineskih brojeva

1 - ichi
2 - ni
3 - san
4 - shi ili yon
5 - go
6 - roku
7 - shichi ili nana
8 - hachi
9 - kyu
10 - ju
100 - hyaku
1000 - sen
10 000 - man

nihyaku - 200
sanbyaku - 300
yonhyaku - 400
gohyaku - 500
roppyaku - 600
shichihyaku ili nanahyaku - 700
hapyaku - 800
kyuhyaku - 900

65 Roku juu go - Šestdeset pet
67 Roku juu nana - Šestdeset sedam
69 Roku juu ku - Šestdeset devet
74 Nana juu yon - Sedamdeset četiri
76 Nana juu roku - Sedamdeset šest
83 Hachi juu san - Osamdeset tri

Brojni sistem Maya



(indijansko pleme, srednja Amerika, 3.-10. v.)

zapisivali su brojeve pomoću samo 3 simbola:

0 ☹ puževa kućica  ili 

1 ☹ tačka 

5 ☹ crta 

0 	1 ●	2 ●●	3 ●●●	4 ●●●●
5 —	6 —●	7 —●●	8 —●●●	9 —●●●●
10 ==	11 ==●	12 ==●●	13 ==●●●	14 ==●●●●
15 ===	16 ===●	17 ===●●	18 ===●●●	19 ===●●●●
20 ● 	21 ● ●	22 ● ●●	23 ● ●●●	24 ● ●●●●
25 ● —	26 ● —●	27 ● —●●	28 ● —●●●	29 ● —●●●●

tablica s brojevima

Brojni sistem Azteka

(srednja Amerika, 15.-16. v.)

Koristili četiri simbola

1 ☉ zrno kukuruza

☉³

20 ☉ zastava



400 ☉ stabljika
kukuruza



8000 ☉ lutka od
kukuruza



Primer:

$$\left[\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \right] \dots = 39$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{corn doll} \\ \text{corn stalk} \\ \text{corn stalk} \\ \text{corn stalk} \end{array} \right] = 9000$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{corn doll} \\ \text{corn stalk} \\ \text{corn stalk} \\ \text{corn stalk} \\ \text{flag} \\ \text{flag} \\ \text{flag} \\ \text{flag} \end{array} \right] \dots = 9287$$

Indijski brojni sistem

- Indijski način zapisivanja brojeva bio je temelj evropskom načinu zapisivanja koji je danas jako proširen
- prvi put se pojavljuje nula (verovatno od 4. v., sigurno od 9. v.)
 → sunya -> praznina
- uvođenje negativnih brojeva

Imali su tri različita tipa brojnih sistema:

- **KHAROSTHI** (oko 400.-200. p.n.e.)
- **BRAHMI** (oko 300. p.n.e.)
- **GWALIOR** (oko 850. n.e.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kharosthi				×	IX	IIIX	IIIIIX	XX		?
Brahmi	—	=	≡	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙
Gwalior	𑀓	𑀔	𑀕	𑀖	𑀗	𑀘	𑀙	𑀚	𑀛	𑀜

Brahmi (1. vek n.e.)

- dekadski brojevni sistem - simboli 1,...,9
- iz njega se razvio arapski brojni sistem
- prvi pravi pozicioni sistem

- imali su posebne simbole i za veće brojeve:
10, 20, 30, 40, ... ,
90, 100, 200, 300, 400, ... ,
900, 1000, ...

—	=	≡	ƚ	†	ƚ	7	4	2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	o	ƚ	x	J	†	2	o	o
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ƚ	100					ƚ	1000	

Arapski brojni sistem

Tri tipa aritmetike

1. Računalo se na prste - brojevi se pišu rečima
2. Seksadecimalni sistem - brojevi označeni arapskim slovima

3. Indijski dekadski sistem

- brojevi koje danas koristimo nazivaju se "arapski brojevi"
- nasleđeni su iz indijskog Brahmi sistema
- iz zapadno arapskih brojeva razvili su se današnji evropski brojevi
- sastoje se od simbola: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- pozicioni brojni sistem

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Japanski brojni sistem

U Japanu se koriste dva sistema brojeva:

- jedan je originalno japanski
- drugi je kineski koji je prihvaćen pre oko 1000 godina

Preko broja deset koriste se samo kineski brojevi

- 1 Hitotsu - Jedan
- 2 Futatsu - Dva
- 3 Mittsu / Mi - Tri
- 4 Yotstu / Yon - Četiri
- 5 Itsutsu - Pet
- 6 Muttsu / Mu - Šest
- 7 Nanatsu / Nana / Sebun - Sedam
- 8 Yattsu / Ya / Hatsu / Eito - Osam
- 9 Kokonotsu - Devet
- 10 To / Too - Deset

Afrički brojni sistem

800 godina prije Krista Feničani doneli zapadno azijski brojni sistem

Rimljani podučavaju severnoafričke studente o grčkoj geometriji

Većina ljudi u severnoj i istočnoj Africi je koristila indijski brojni sistem

brojni sistem koji se temelji na bazi 10, a delom na bazi 20
€ **narod Yoruba**

Narod Yoruba

Koristili brojni sistem koji se temelji na bazi 10, a delom na bazi 20

U knjizi *Africa Counts*, Claudia Zaslavsky, opisuje brojni sistem Yoruba

Čitanje brojeva Yoruba

20 = ogun

40 = ogun meji

200 = igba

400 = irinwo

Objašnjenje Yoruba brojnog sistema

Brojevi od 1 do 10 imaju jedinstvene nazive

Brojevi 11, 12, 13 i 14 se zapisuju:

$$11=10+1$$

$$13=10+3$$

$$12=10+2$$

$$14=10+4$$

Brojevi od 15 do 19 su napisani pomoću oduzimanja od broja 20

Brojevi 21, 22, 23 i 24 se zapisuju:

$$21=20+1$$

$$23=20+3$$

$$22=20+2$$

$$24=20+4$$

Brojevi od 25 do 29 zapisuju se kao oduzimanje od 30

Svaki broj veći od 30 se zapisuje kao određeni broj puta 20
→ plus/minus desetica i jedinica

Primer:

$$35 = (2 \cdot 20) - 5$$

$$47 = (3 \cdot 20) - 10 - 3$$

$$51 = (3 \cdot 20) - 10 + 1$$

$$55 = (3 \cdot 20) - 5$$

$$67 = (4 \cdot 20) - 10 - 3$$

$$73 = (4 \cdot 20) - 10 + 3$$

$$86 = (5 \cdot 20) - 10 - 4$$

$$117 = (6 \cdot 20) - 3$$

Literatura:



- http://www.prenhall.com/divisions/esm/app/ph_elem/multicult/html/chap3.html
- <http://www.historyforkids.org/learn/africa/science/numbers.htm>