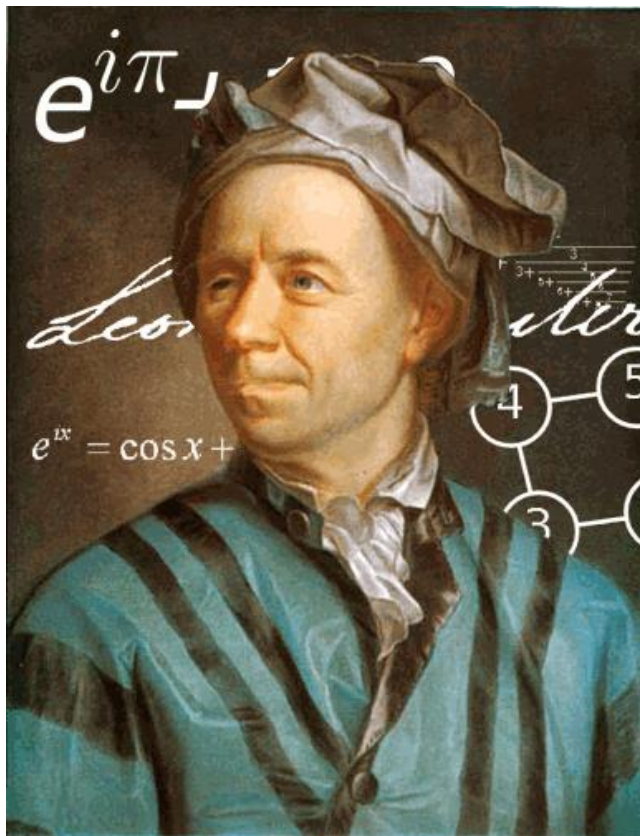


Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

# LEONHARD EULER

1707 - 1783



# Biografija

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

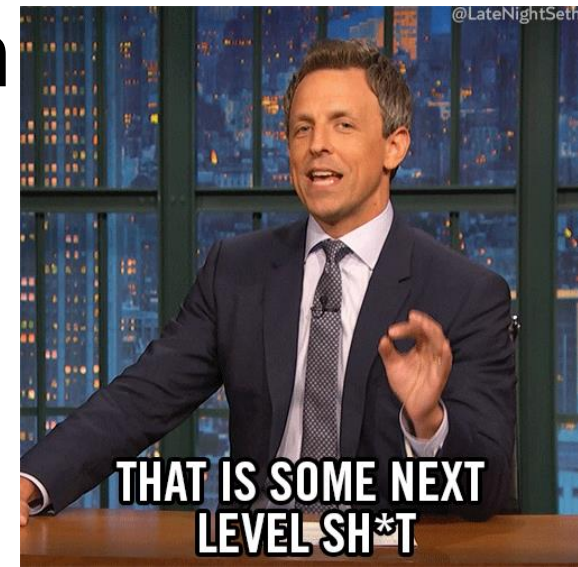
- 1707 – rođen u Basel
- 1720 – studira sa Johan Bernullijem
- 1722 – završava univerzitet u Baselu
- 1727 – odlazi u St. Petersburg
- 1741 – odlazi u Berlin
- 1766 – vraća se u St. Petersburg
- 1783 – Leonhard Euler umire

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

- Oženio se Katarinom Gsell
- Fenomenalna memorija
- 1730 – gubi vid u desnom oku
- 1771 – potpuno gubi vid
- 1775 – objavljuje jedan papir sedmično

Laplace-Trans  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

- Kvalitet i kvantitet
- 1911. Švicarska akademija objavljuje sve njegove papire
- "Opera Omnia"  
(knjga svih Eulerovih djela)
- 75 dijelova – 25 000 stranica



# Broj e

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Leonhard Euler prvi put broj e spominje u svom pismu Christian Goldbachu u kojem piše : "Pobnamus autem previtatis gratia pro numero hoc 2,718281828459 etc. constanter litteram e."
- Što prevedeno znači: "Recimo da broj e radi lakše upotrebe zamjenjuje broj 2,718281828459."

$$1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 * 2} + \frac{1}{1 * 2 * 3} + \frac{1}{1 * 2 * 3 * 4} + \dots$$

# Eulerov identitet

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Eulerov identitet je veza između eksponencijonalnih funkcija i trigonometrijskih funkcija, tj. veza između realnih brojeva i kompleksnih brojeva.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

$$x = \pi$$

$$e^{i\pi} = \cos \pi + i \sin \pi$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$



Časopis "Mathematical intelligencer" je 1988. godine sproveo anketu u kojoj se tražila najljepša formula na svijetu.



# Eulerova formula za poliedre

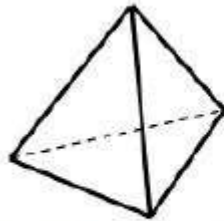
Laplace-Transform  
 $f(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$

$$V + F = E + 2$$

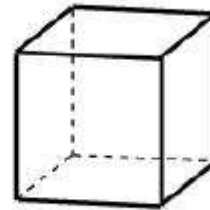
V = Vrhovi

F = Stranice

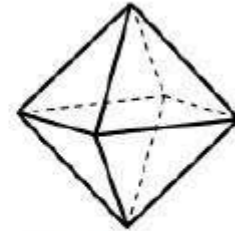
E = Ivice



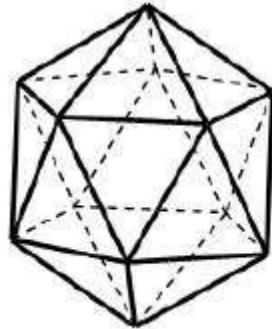
(1) Tetrahedron (4 faces)



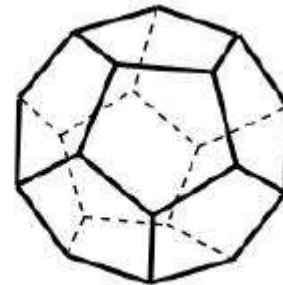
(2) Cube (6 faces)



(3) Octahedron (8 faces)



(4) Dodecahedron (12 faces)



(5) Icosahedron (20 faces)



# Basel problem

$$f(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- 1689. godine Jacob Bernuli postavlja zadatak koji glasi: "Kolika je ukupna suma datog izraza
- Taj zadatak ostaje neriješen sve do XVIII stoljeća kada Euler napokon pronalazi rješenje i daje 4 dokaza za to rješenje.

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{k^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

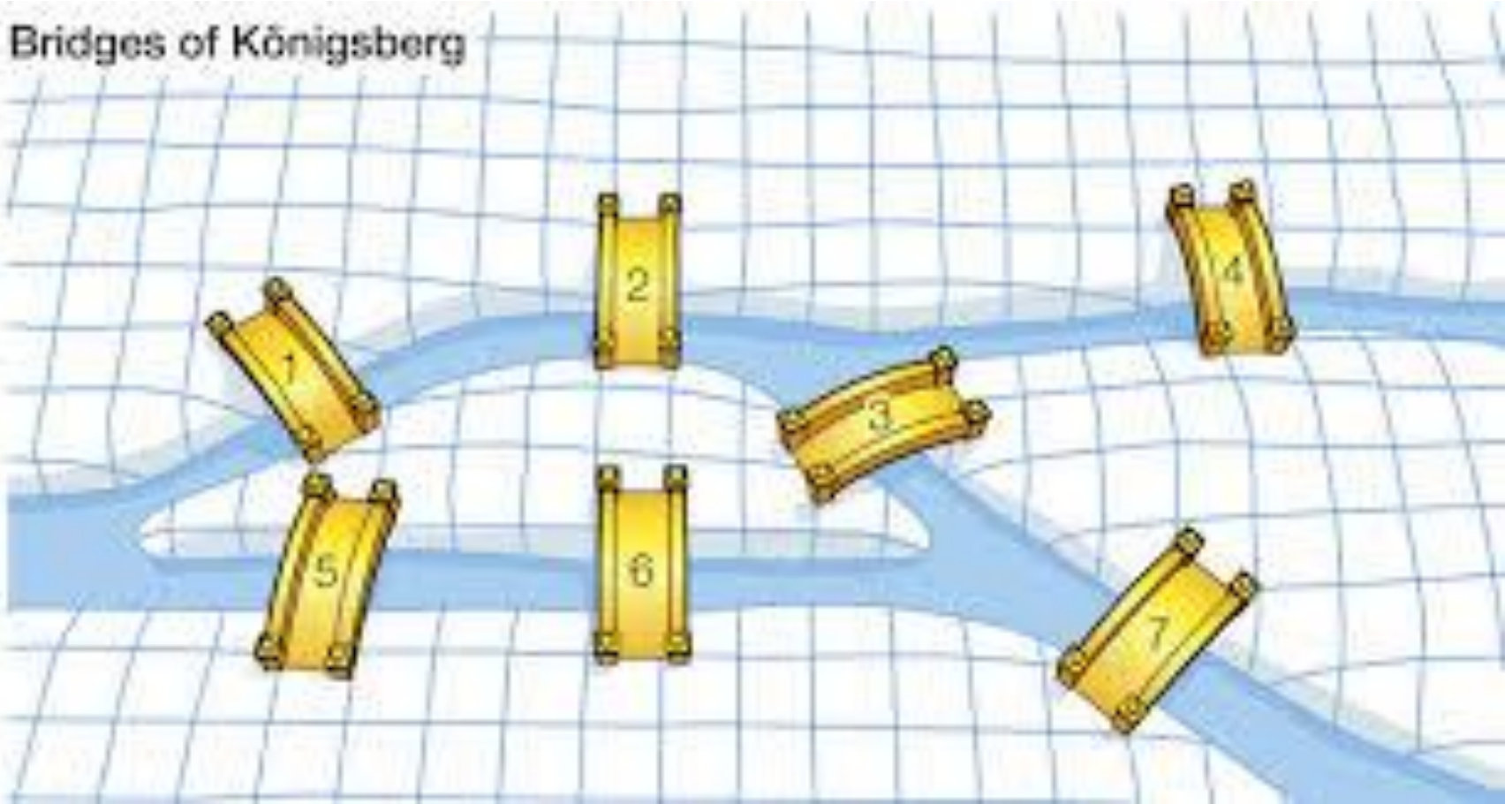




# Mostovi Keningsberga

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

Bridges of Königsberg



# Mostovi Keningsberga

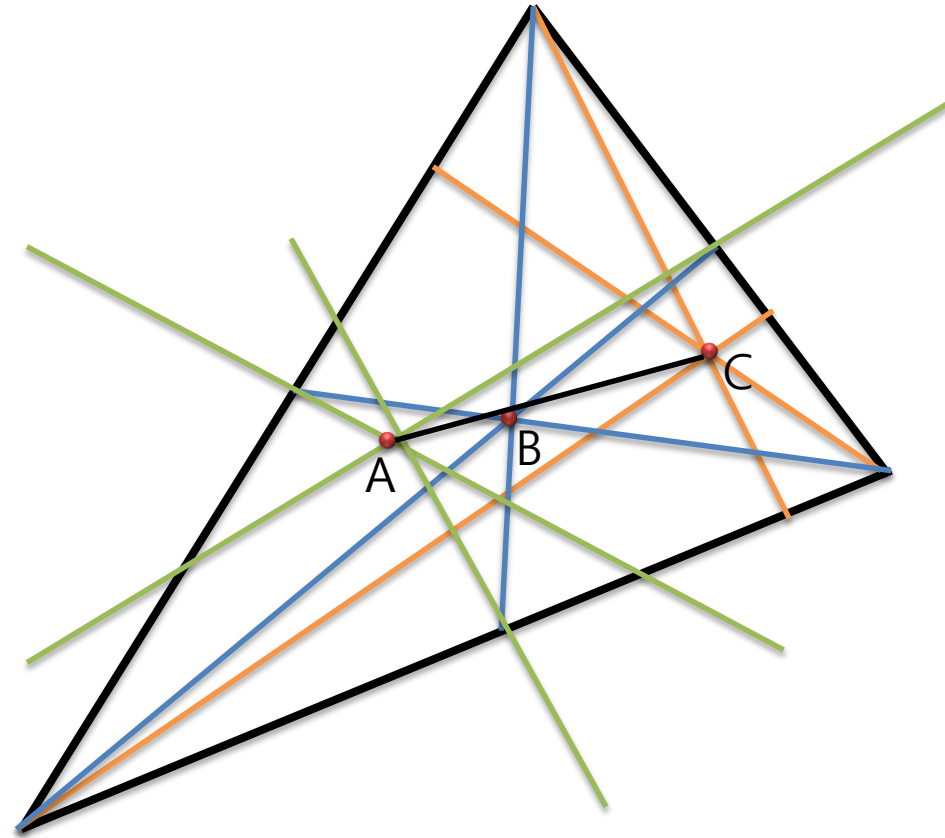
Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- 1736 gradonačelnik Keningsberga postavlja zadatak Euleru koji glasi: "Da li je moguće prijeći preko svih mostova pod uslovom da se preko svakog mosta pređe samo jednom?"
- Leonhard Euler prihvata taj zadatak i u roku od nekoliko dana dolazi do zaključka da to nije moguće, ali Euler daje sve moguće slučajeve u kojima bi to bilo moguće.
- Iz ovog zadatka kasnije proizilazi novi smjer u matematici a to je teorija grafova.

# Eulerova linija

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

- Eulerova linija je linija koja spaja tri najvažnije tačke trougla a to su ortocentar, težište i cirkumcentar.
- Euler je primijetio da ova linija važi za sve trouglove i da je njen omjer težišta od cirkumcentra i težišta od ortocentra jednak 1:2.



$$AB : BC = 1 : 2$$

# Prijateljski brojevi

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Brojevi su prijateljski ako je zbir djelilaca jednog broja jednak drugom broju, a zbir djelilaca drugog broja jednak prvom broju.

$$M = 220 \quad (1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110)$$

$$N = 284 \quad (1, 2, 4, 71, 142)$$

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

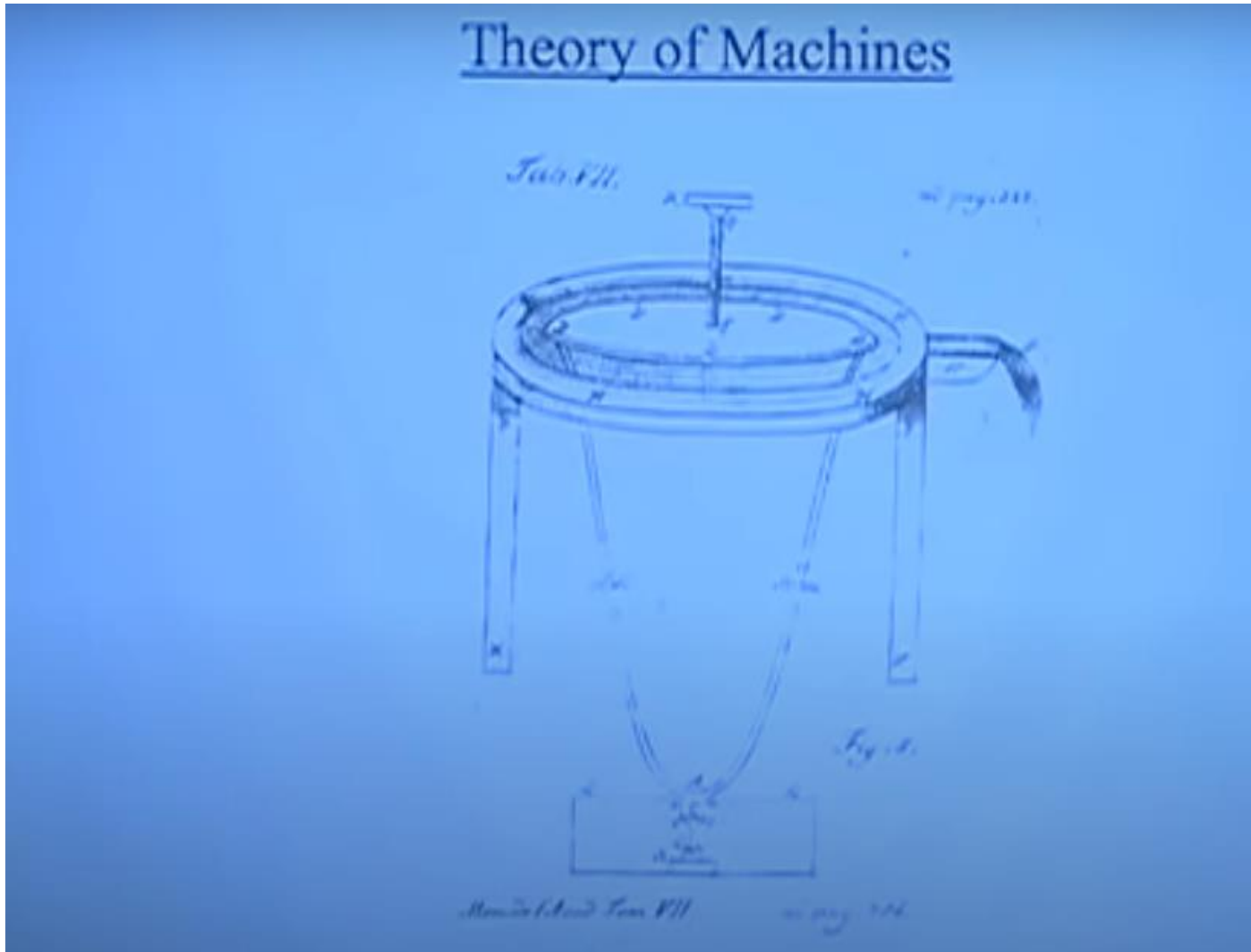
# Historija prijateljskih brojeva

- 300 god. p.n.e - Pitagora (220 – 284)
- IX stoljeće - Thabit ibn Qurra  
(pronalaži formulu za određivanje dva nova para prijateljskih brojeva)
- 1636 - Fermat (17,296 – 18,416)
- 1628 – Descartes (9,363,584 – 9,437,056)
- 1750 - Euler (pronalaži 58 parova)



# Mehanika

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

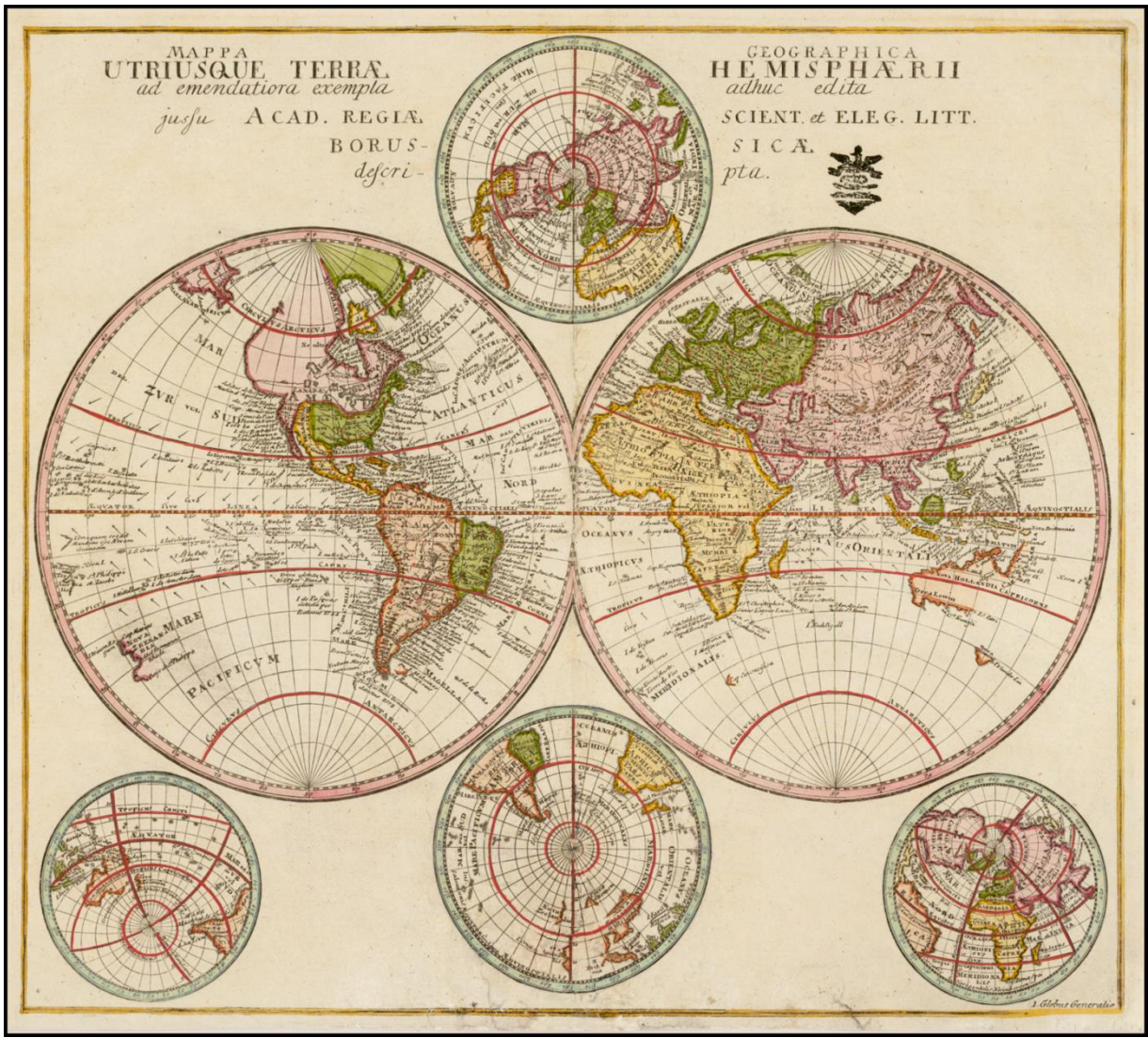


Eulerova pumpa



# Kartografija

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$





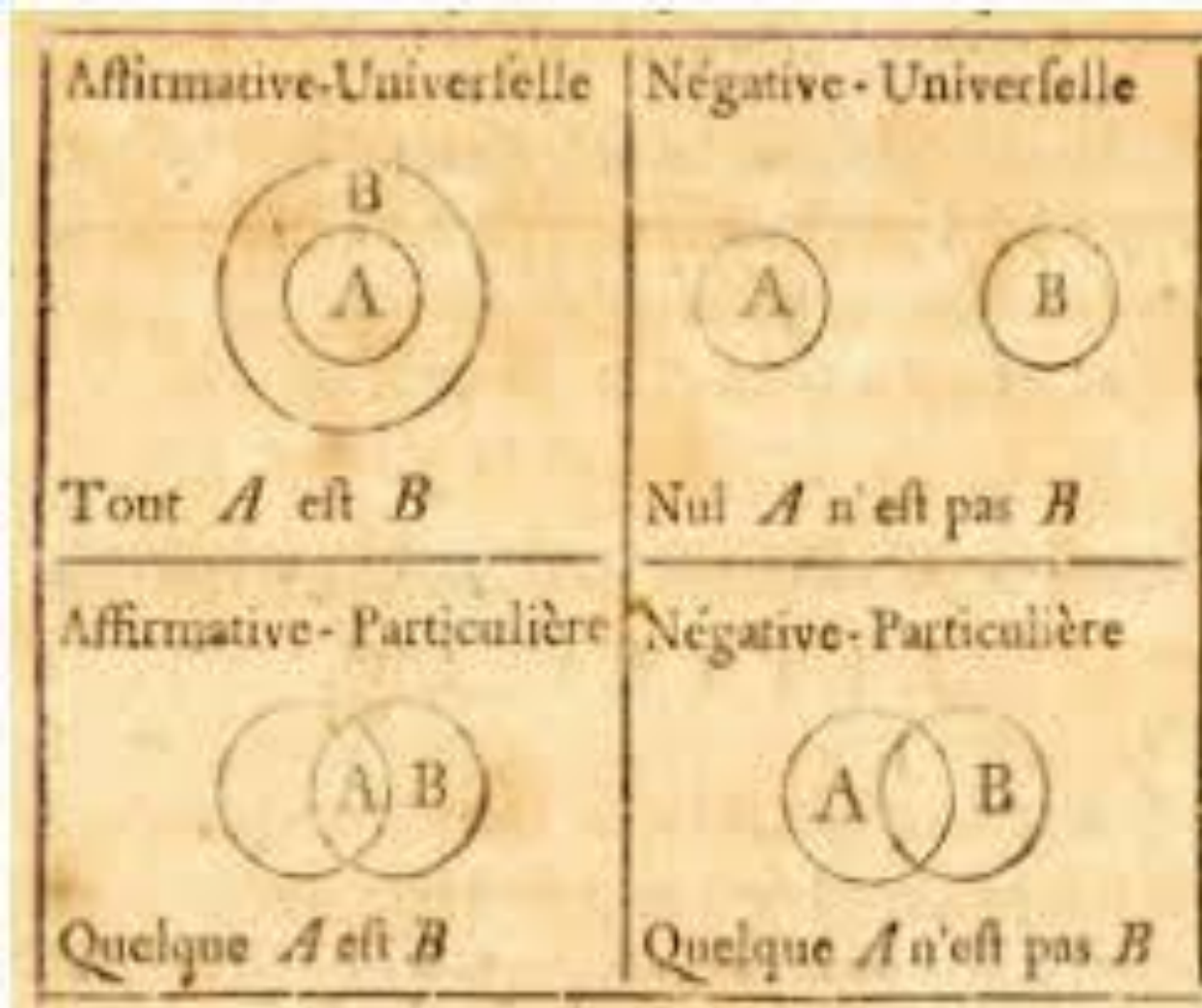
# Kartografija

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$



# Psihologija

Laplace-Trans  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$



# Zaključak

Laplace-Transform  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- Eulerovo nasljeđe je veliko u smislu oblikovanja moderne matematike i inženjerstva, a njegov rad je istaknut i poštovan od strane matematičara širom svijeta te se ne može cijeli iskazati u ovoj prezentaciji. Doista, kroz njegove knjige, koje su obilježene najvišim težnjama za jasnoćom i jednostavnošću te koje predstavljaju prve stvarne udžbenike u savremenom smislu, Euler je postao glavnim učiteljem Europe, ne samo svoga vremena, nego i za vrijeme 19. stoljeća. Osjećaji mržnje, bilo zbog prioritetnih pitanja ili zbog nepoštene kritike, bili su potpuno nepoznati Euleru. Razmjena ideja s drugima i dopuštanje drugima da sudjeluju u procesu otkrivanja je još jedna plemenita osobina Eulera. Ostao je zapamćen kao izvanredan matematičar ali još bolji čovjek.



# Hvala na pažnji

Laplace-Trans  
$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

