Modèle stochastique pour la gestion des stocks de poissons

Alex-Petru Săveanu, Alexandru Coroiu, Sony-Laurențiu Șipoș
Colegiul Național Emil Racoviță, Cluj-Napoca, România

Introduction

Récemment, l'humanité est de plus en plus consciente de son impact sur l'écosystème de la planète, et parce que les populations aquatiques sont les plus vulnérables aux ravages anthropiques, il y a un besoin urgent de vraies techniques pour leur gestion et leur protection. Heureusement, en 1954, Gordon et Schaefer ont déduit la suivante équation, qui décrit le comportement de la biomasse d'un lac par rapport à un nombre déterminé de paramètres connus:

$$X_{n+1} = X_n + rX_n(1 - \frac{X_n}{M}) - C$$

X_n = la biomasse dans l'année n
X_0 = la biomasse initiale
r = le taux intrinsèque de croissance, propre à l'espèce de poisson
M = la biomasse maximale qui peut vivre sur le lac
C = la quantité de biomasse prélevée par les pêcheurs

Sur la base de cette équation, on propose un modèle d'évolution de la biomasse. dans l'espoir qu'il pourrait aider à la gestion des populations de poissons.

Méthode de résolution

Ce problème mathématique est résolu à l'aide des fonctions. On note la fonction de croissance comme $f(x) = -\frac{r}{M}x^2 + rx - C$, en ayant $\Delta = r(r - \frac{4C}{M})$. Si la fonction qui décrit la biomasse annuelle s'appelle $g(x) = f(x) + x$, on peut observer que la fluctuation de la biomasse est analogue au comportement de la fonction f.

1 Le premier cas: Δ est negatif

Si le discriminant est negatif, donc toutes les valeurs de la fonction f sont situées sous l'axe Ox de la graphique.

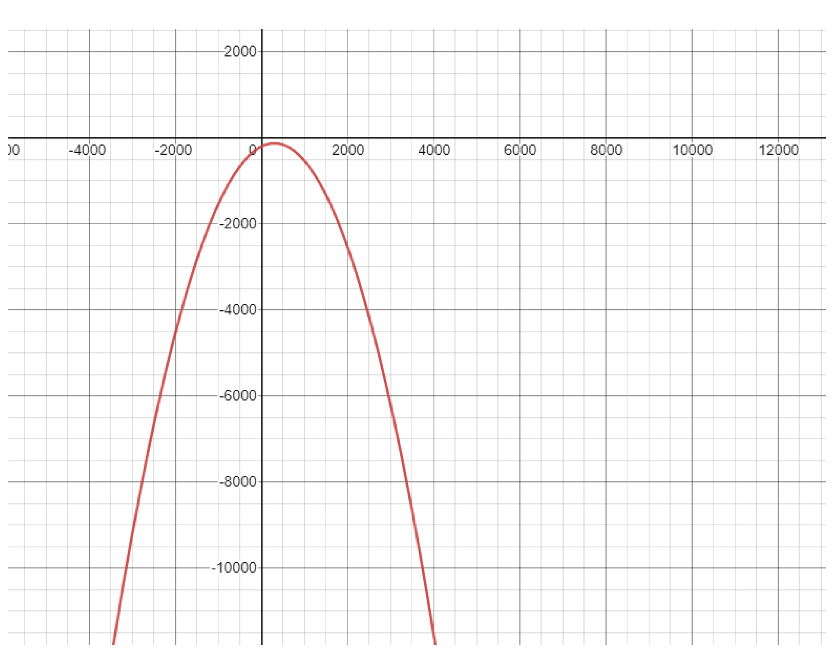

Figura 1: $r = 0,5$, $M = 200$, $C = 600$

Par conséquent, l'extinction est inévitablement atteinte.

2 Le deuxième cas: $\Delta = 0$

On obtient l'équilibre si et seulement si la biomasse initiale $X_0 \in [\frac{M}{2}, \frac{M}{2} + \frac{M}{r}]$.

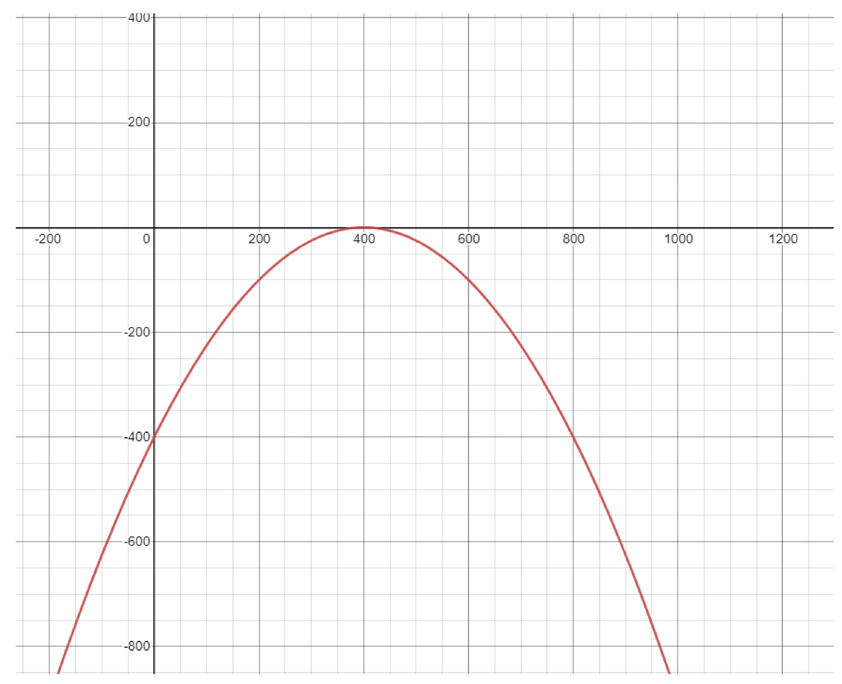

Figura 2: $r = 2$, $M = 800$, $C = 400$

Sinon, l'extinction suivra.

3 Le troisième cas: $\Delta \in (0, 1)$

C'est le cas le plus pertinent, car il est le plus souvent dans la réalité.

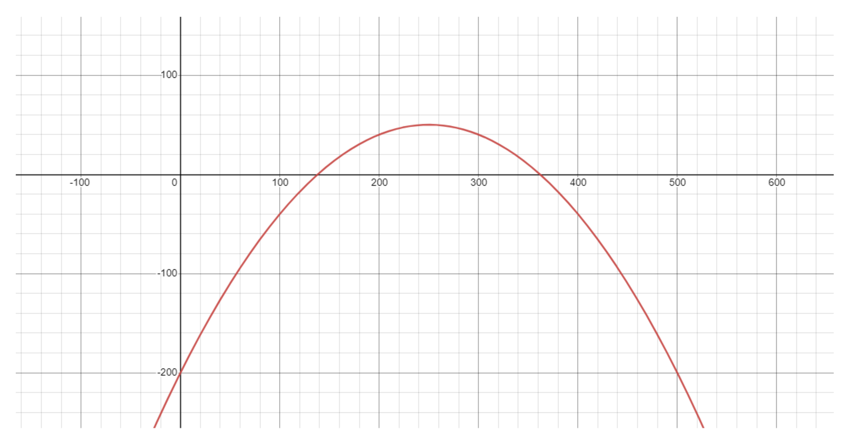

Figura 3: $r = 2$, $M = 500$, $C = 200$

Si $X_0 \in (X_1, X_2)$, donc la population atteindra un équilibre. Si $X_0 < X_1$, cela entraînera l'extinction.

4 Le quatrième cas: $\Delta > 1$

C'est le seul cas où on peut obtenir une croissance incontrôlée. On note les points: $P = \frac{M(r+1+\Delta_1)}{2r}$, $Q = \frac{M(r+1-\Delta_1)}{2r}$ et $W = \frac{M(r+1)}{2r}$, où $\Delta_1 = (r+1)^2 - \frac{4r(C+M)}{M}$. Parmi eux, on choisit les points qui forment l'intervalle le plus large entre x_1 et x_2, qui commence et s'arrête à P, Q ou W. Ceux mènent à la croissance incontrôlée.

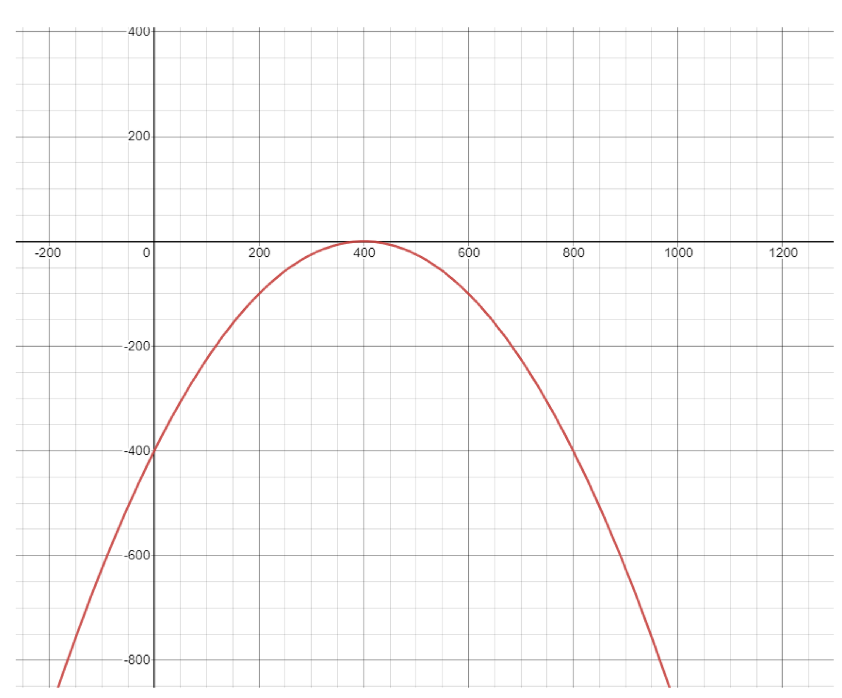

Figura 4: $r = 3$, $M = 200$, $C = 700$

5 Conclusion

- En conclusion, en fonction de facteurs liés à l'espèce, à l'environnement et à l'intervention humaine, la population de poissons peut augmenter indéfiniment, se stabiliser ou être menacée d'extinction.
- Tout bien considéré, il est possible de prédire l'évolution d'une population de poissons à partir de quelques paramètres. Par suite, entités tant gouvernementales que privées devraient utiliser cette projection afin de maintenir le fragile équilibre de la faune des eaux.