

1. Perdu en mer

Vous êtes perdu en mer, dans le brouillard, à 10 km exactement de la côte (rectiligne). Comment procéder pour être sûr de trouver la côte en parcourant le moins de km possible.

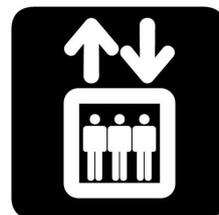


2. *Les ascenseurs*

Dans une tour de 10 étages (0, 1, 2, ... 10), vous devez mettre au point un algorithme de gestion des 4 ascenseurs qui minimise le temps d'attente des habitants.

Dans un premier temps nous pourrions supposer que les personnes arrivent aléatoirement dans la journée pour commander un ascenseur.

- Il descend ou monte un étage en 3 secondes.
- Chaque arrêt à un étage dure 15 secondes.



3. Gonfler un triangle

ABC est un triangle, on note d la longueur du plus grand côté et G son centre de gravité.

On définit le processus gonflage de la manière suivante :

E_3 est le triangle ABC. On place le point M_4 sur une demi-droite partant de G, le plus loin possible de G et tel que la distance de M_4 à chacun des points de E_3 soit inférieure ou égale à d .

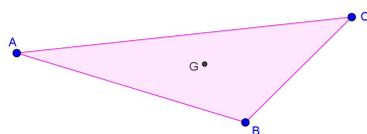
E_4 est le polygone convexe contenant E_3 et M_4 .

On fait tourner la demi-droite de 1° et on construit le point M_5 sur cette nouvelle demi-droite de la même manière : être le plus loin de G et la distance de M_5 à chaque point de E_4 soit inférieure ou égale à d .

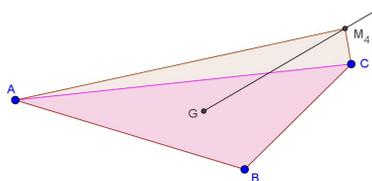
E_5 est le polygone convexe contenant E_4 et M_5 .

Ainsi de suite.

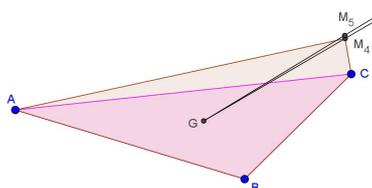
Que peut-on dire sur E_{363} ?



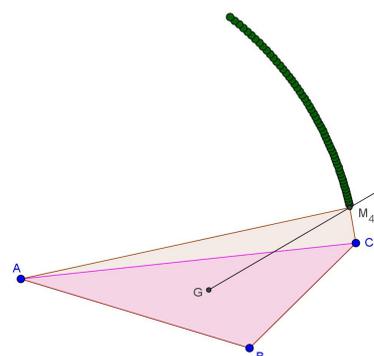
Triangle au début



Demi-droite au hasard et placement de M_4



La demi-droite tourne de 1° et on place M_5

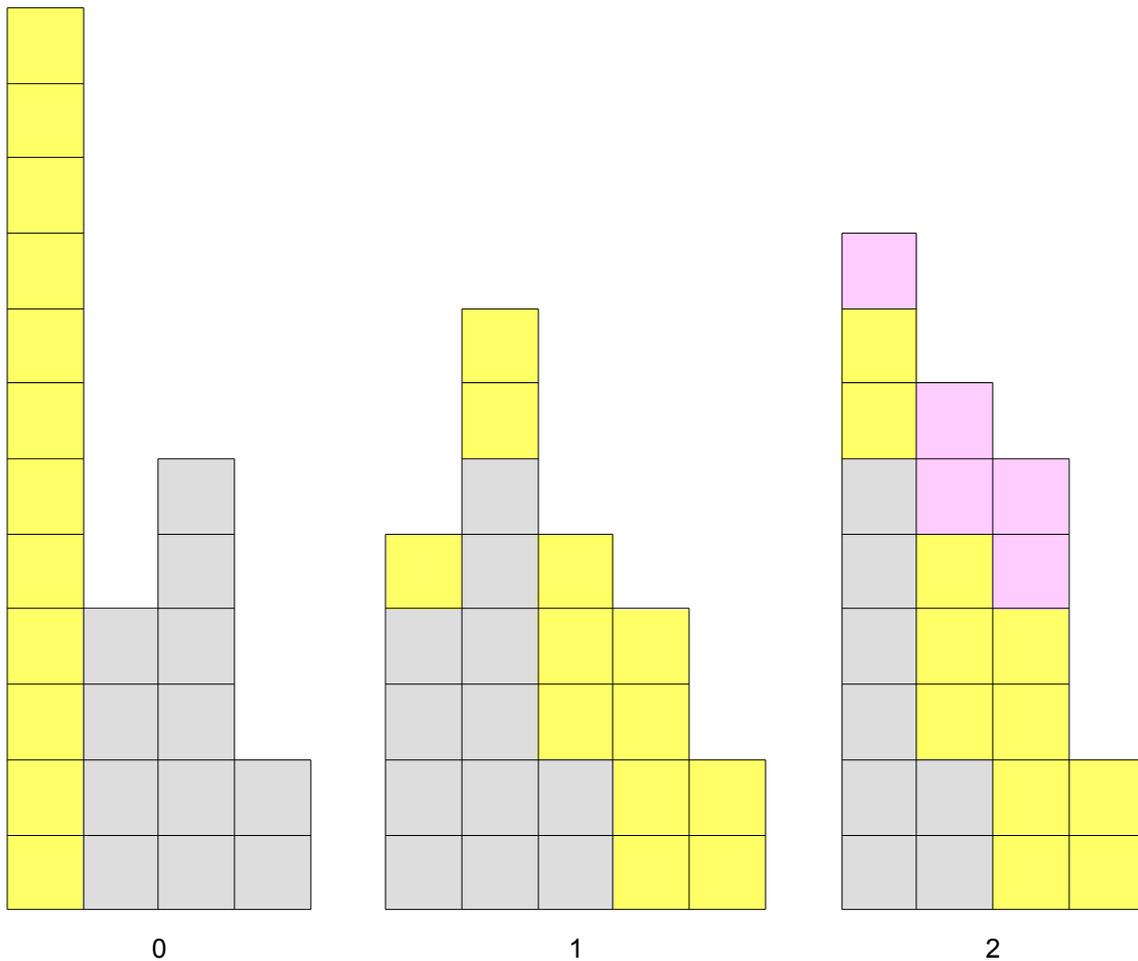


Tous les autres points jusqu'à M_{53}

4. Déplaçons des murs !

Soit un « mur », constitué d'une suite finie de « piles », chacune comprenant un nombre fini de « briques ». On considère la transformation consistant à retirer la première pile, et à distribuer ses briques sur les piles suivantes, à raison d'une brique sur le deuxième pile, deux sur la troisième, trois sur la quatrième, etc ; dans la limite du nombre de briques disponibles. Si toutes les piles préexistantes ont été parcourues avant d'avoir épuisé les briques contenues dans la première pile, on continue le processus en créant de nouvelles piles.

Exemple d'un état initiale (0) avec les deux premières évolutions (1 et 2)



Que peut-on dire sur ce processus, sur les différentes évolutions en fonctions de l'état initiale ?

5. Distance entre les mots

Nous avons un dictionnaire dont tous les mots ont 5 lettres parmi l'alphabet $\{A, B, C, D, E, F, G, H\}$.

Par exemple : ABCAB ou BDEFG

On vous demande de définir une distance d entre deux mots de ce dictionnaire. Une distance est une application qui à tout couple de mot du dictionnaire associe un nombre réel positif et qui vérifie :

- Pour tout X et Y dans le dictionnaire, $d(X,Y)=d(Y,X)$
- Pour tout X et Y dans le dictionnaire, $d(X,Y)=0 \Leftrightarrow X=Y$
- Pour tout X, Y et Z dans le dictionnaire, $d(X,Z) \leq d(X,Y)+d(Y,Z)$



6. Remplir des récipients

Trois récipients A, B et C ont des capacités respectives de 9, 5 et π litres. Au départ, A contient 9 litres d'eau, B et C sont vides. On peut verser de l'eau d'un récipient X dans un récipient Y aux deux conditions suivantes :

- 1) on ne gaspille pas l'eau
- 2) après le versement, X est vide ou Y est plein.

Démontrer que pour tout $\epsilon > 0$, on peut, au bout d'un nombre fini de transvasements, obtenir dans un des récipients 1 litre d'eau à ϵ près.



7. Tour de carte

On part d'un tour de cartes... on ne garde dans un jeu de 32 ou de 52 que les as, 2, 3, 4, 5, et 6.

1. On mélange cet ensemble de 24 cartes et on les dispose sur une table de sorte qu'elles forment un cercle, une des cartes est distinguée comme étant la première et on définit un sens de parcours du cercle.

2. Le "joueur" choisi mentalement une des 6 premières cartes, puis sélectionne une deuxième carte en se décalant dans l'ordre choisi de la valeur de la première, puis une troisième en se décalant de la valeur de la deuxième et ainsi de suite jusqu'à effectuer un tour et retomber dans les 6 premières cartes, toujours mentalement.

3. Le "magicien" a alors deviné la carte d'arrivée.



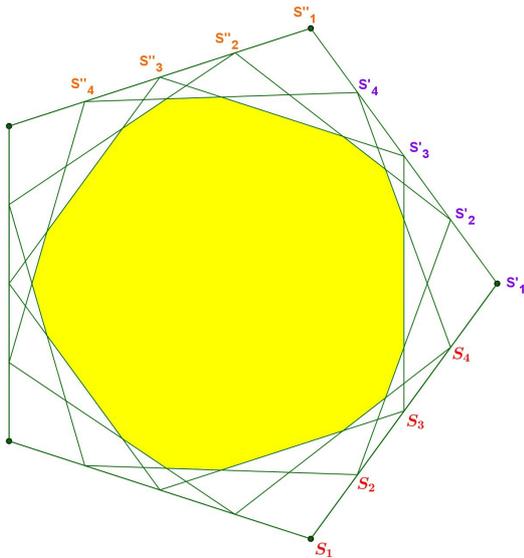
Si on fait l'hypothèse que la magie n'existe pas, alors quelque soit la première carte choisie parmi les 6, la carte d'arrivée doit être la même ! à vous de voir.

8. Courbes réglées

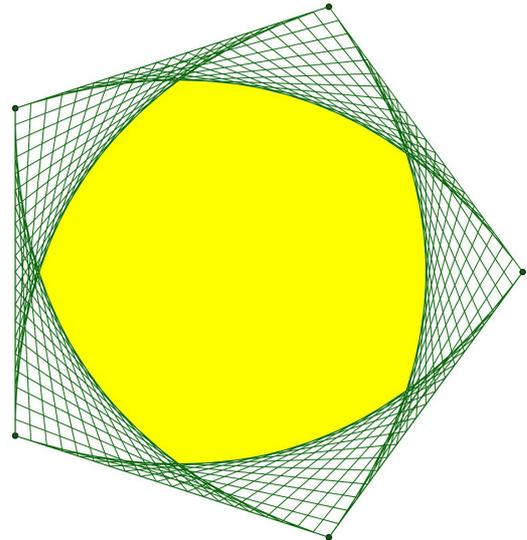
Chaque côté d'un polygone régulier est divisé en n segments réguliers.

Pour chaque côté consécutif, on construit les n segments $[S_1S'_n], [S_2S'_{n-1}], [S_3S'_{n-2}] \dots$

Que peut-on dire de la figure dessinée par tous ces segments ?



Pentagone régulier avec $n=4$



Pentagone régulier avec $n=20$

9. Des écolo-systèmes

Un écolo-système est un ensemble de couples $\{(A_i; \alpha_i), 1 \leq i \leq n\}$ où A_i est un point du plan, α_i un entier naturel correspondant au nombre d'allers-retours entre ce point et le point de départ.

A chaque point de départ M du plan, on associe alors le trajet total $T(M)$ correspondant à

$$\text{l'écolosystème } T(M) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \times MA_i$$

Une solution pour l'écolo-système est un point S tel que la fonction T soit minimale en S .

Résoudre un écolo-système, c'est trouver l'ensemble des solutions à cet écolo-système.

Tachez de trouver des résultats pour des écolo-système de 2 points puis de 3 points.

10. Etes le plus loin possible

Vous êtes dans une classe (rectangulaire) avec vos trois pires ennemies. Où devez-vous placer pour être le plus loin d'eux.

La distance de eux à vous sera la somme des distances de chacun d'eux à vous.

