

Projet Eratosthène

Ceci est une introduction au Guide de l'Enseignant: il présente d'abord les observations faites par Eratosthène, ses hypothèses et ses conclusions, suivies par un aperçu de la façon dont celles-ci peuvent être mises à profit en classe au travers des activités faciles à organiser.

Lancé depuis septembre 2000, le projet que nous présentons a déjà permis à des milliers d'écoliers à travers le monde de mesurer le tour de la Terre comme le fit un certain Eratosthène, voici plus de 2200 ans. Le guide de l'enseignant vous en dira plus à ce sujet, mais nous allons vous dire en quelques mots le principe de cette expérience:

On met un bâton vertical au soleil, on mesure son ombre lorsque l'astre est au plus haut dans le ciel, on en déduit l'angle que font les rayons solaires avec la verticale, puis on échange le résultat avec celui d'un correspondant situé sous une autre latitude. Ensuite, quelques tracés géométriques et une règle de trois permettent d'évaluer la longueur du méridien terrestre.

Un projet interdisciplinaire

De nombreuses disciplines vont être abordées, souvent de façon ludique, permettant aux enfants d'acquérir des connaissances très variées (la plupart en relation avec les nouveaux programmes scolaires).

- L'histoire et la géographie : on commencera par évoquer l'Égypte ancienne pour situer Eratosthène en son temps et en son lieu, tandis qu'à la fin du projet, il s'agira de se repérer sur le globe terrestre et d'y repérer un ou plusieurs correspondants.
- L'astronomie ensuite : l'ombre d'un simple bâton permettra de mettre en évidence la trajectoire du Soleil durant la journée et de repérer le moment où l'astre culmine, puis de voir évoluer cette trajectoire au fil des saisons.
- La physique, bien sûr : la lumière et l'ombre étant au cœur du projet, on procédera à des expériences sur le terrain puis à des simulations pour reproduire ce qui a été observé.
- La technologie également, puisque l'on pourra réaliser et régler les instruments nécessaires : des gnomons (cadrans solaires primitifs), fils à plomb, niveaux à bulle, équerres, quadrants, seront élaborés, fabriqués, testés et mis au point par les élèves.
- Les mathématiques, bien sûr, en particulier la géométrie, car il sera question de droites parallèles, d'angles, de triangles, de cercles, d'égalité d'angles, de rapports de longueurs...
- La langue orale et écrite, puisqu'elle va sous-tendre toutes les activités, en particulier celles concernant la démarche expérimentale selon les principes de La main à la pâte : les élèves émettent des hypothèses, proposent des expériences, formulent des observations puis énoncent des conclusions, soit par oral, soit par écrit dans un cahier d'expériences que chacun tient à jour.
- Les techniques de l'information et de la communication : grâce à l'Internet, les enfants font des recherches documentaires, correspondent avec des partenaires pour échanger des résultats de mesures et de calculs.
- Les arts plastiques car ce projet permet à chacun de manifester ses talents créatifs : dessins inspirés de l'histoire d'Eratosthène, bandes dessinées, maquettes illustrant des expériences, jeux de calligraphie autour des hiéroglyphes et de l'alphabet grec...

Un itinéraire modulable

Le parcours que nous vous proposons est un parcours idéal que vous pourrez adapter à tout instant en fonction de multiples contingences : l'âge, le niveau et la motivation de vos élèves, l'importance du groupe, le temps que vous voulez - ou pouvez - consacrer à ce projet, sans oublier les caprices de la météo... Vous tiendrez compte aussi de la diversité des réponses apportées par les enfants et de leurs suggestions, lesquelles infléchiront parfois, de manière inattendue, le cours des choses.

Ainsi, des raccourcis sont donc possibles mais votre parcours " minimal " devra être jalonné des cinq étapes suivantes :

1. Mettre en évidence conjointement la courbure de la surface terrestre et le parallélisme des rayons solaires.
2. Observer l'évolution de l'ombre d'un bâton et en déduire la trajectoire du Soleil.
3. Découvrir le moment du midi solaire (c'est le moment où l'ombre est la plus courte).
4. Utiliser un gnomon pour en déduire l'angle des rayons solaires avec la verticale.
5. Utiliser les relevés d'un correspondant et localiser les deux partenaires sur la Terre pour évaluer la longueur du méridien terrestre.

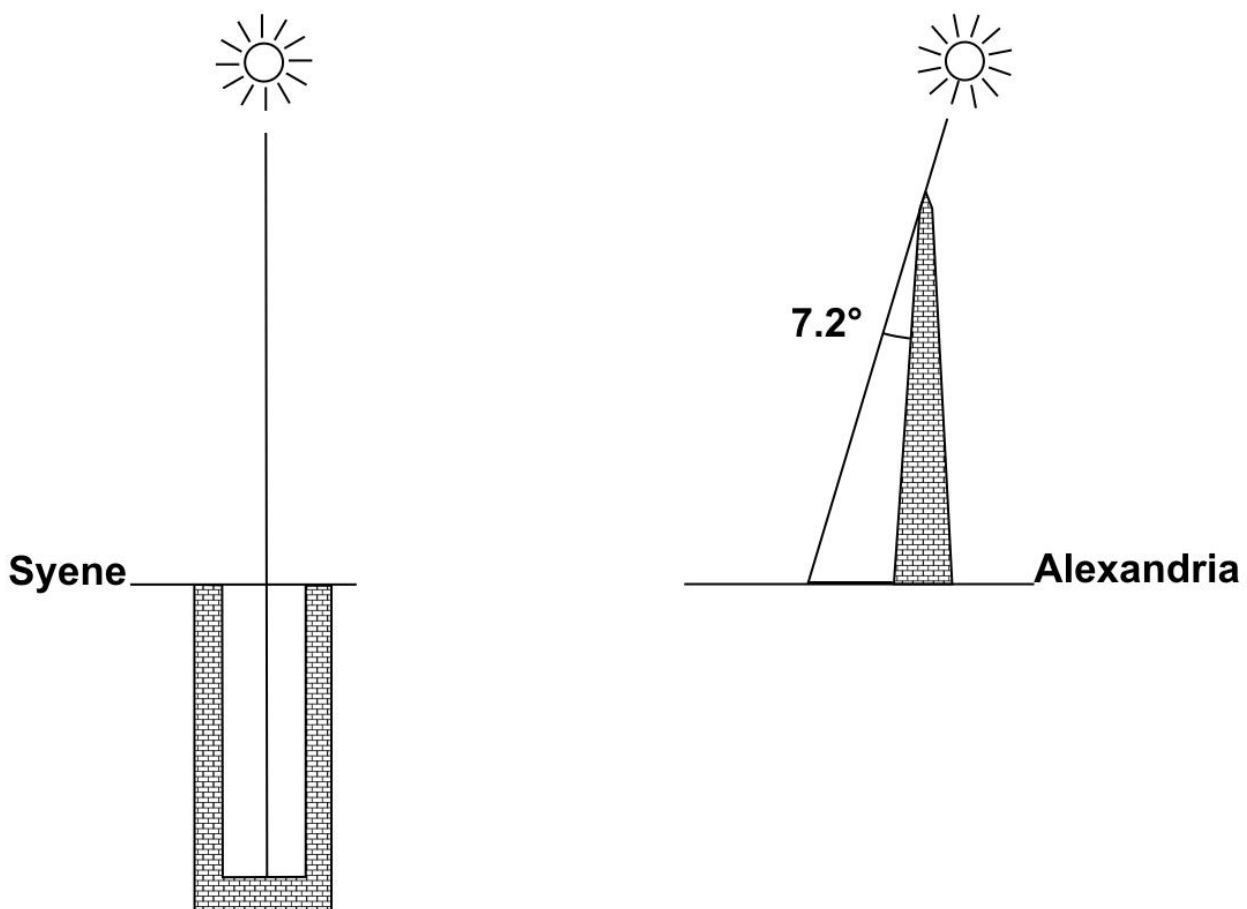
Enfin, juste un mot à propos du matériel : vous verrez que celui-ci est très simple et peu onéreux car c'est du matériel courant (bristol, carton, papier calque et millimétré, vis, planchettes, ficelles, lampes électriques, ballons, mappemonde...). Vous en trouverez la liste au début de chacune des cinq séquences du module pédagogique.

1 - Les observations d'Eratosthène

En 205 avant J.C., le grec Eratosthène, alors Directeur de la Grande Bibliothèque d'Alexandrie en Egypte, propose une méthode purement géométrique pour mesurer la longueur du méridien terrestre (circonférence passant par les pôles).

Il va partir de l'observation d'ombres portées faites en deux lieux, Alexandrie et Syène (aujourd'hui Assouan), éloignés d'environ 800 km (distance estimée d'après le temps mis par des caravanes de chameaux pour relier ces deux villes !), au moment du solstice d'été et à l'heure du midi solaire local.

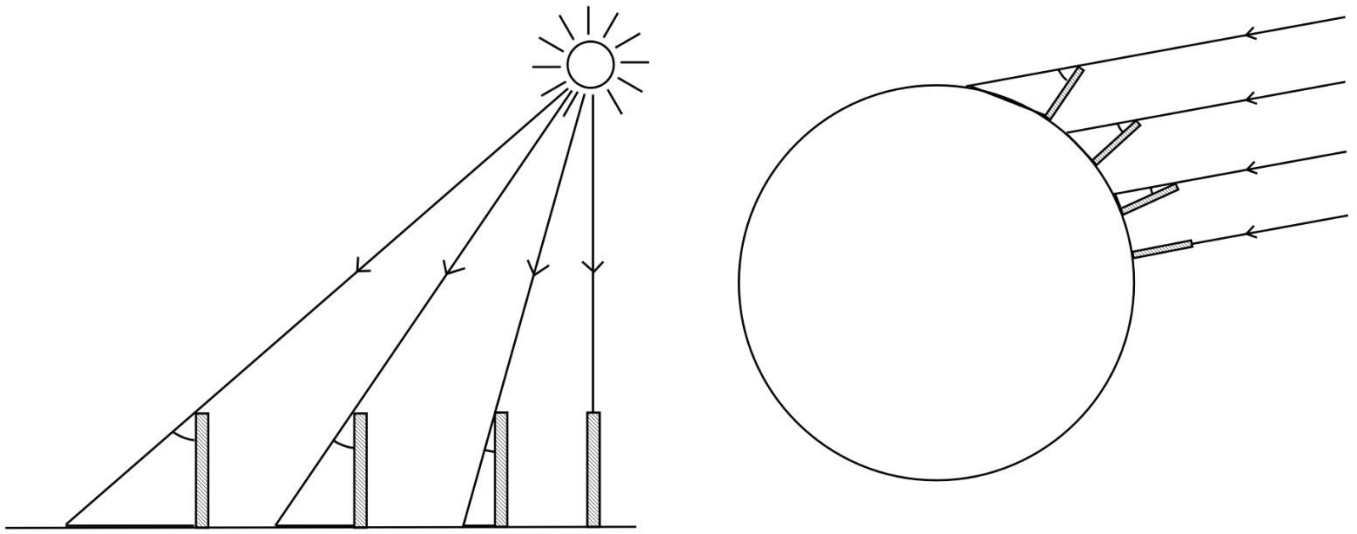
Ce jour-là et à cette heure précise dans l'hémisphère Nord, le Soleil occupe, de tous les jours de l'année, la plus haute position au-dessus de l'horizon. Néanmoins, Eratosthène remarque des différences d'un lieu à l'autre...



A Syène (à peu près située sur le tropique du Cancer) le Soleil est à la verticale, si bien que ses rayons pénètrent jusqu'au fond des puits ; quant aux ombres portées des objets verticaux, elles sont parfaitement centrées autour d'eux.

Par contre, à Alexandrie, le Soleil n'est plus à la verticale et ces mêmes objets ont une ombre décentrée, très courte. Eratosthène va mesurer l'ombre d'un obélisque dont il connaît déjà la hauteur, et il va en déduire l'angle que font les rayons solaires avec la verticale : il trouve 7,2°

A partir de toutes ces observations, deux hypothèses s'offrent à lui :



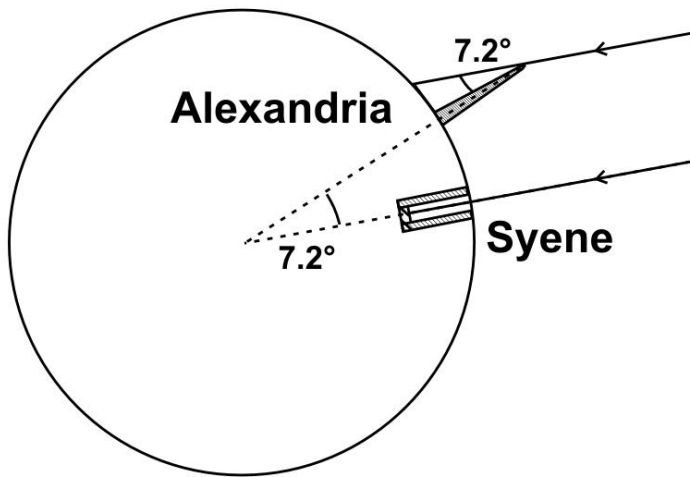
La Terre est plate, mais alors, le Soleil serait suffisamment proche pour que la divergence de ses rayons atteignant des objets éloignés soit significative : en effet, les objets de longueur identique ont des ombres de longueurs différentes et pas d'ombre du tout à l'aplomb du Soleil (angle nul).

La Terre n'est pas plate, sa surface est courbe, et peut-être même sphérique. Seulement, les mêmes résultats peuvent être obtenus avec des rayons solaires tous parallèles : cela implique que le Soleil soit suffisamment éloigné, très, très éloigné...

Eratosthène opte pour la seconde hypothèse. En effet, les Anciens soupçonnent déjà que la Terre n'est pas plane, cela à partir d'observations diverses prouvant une certaine courbure de sa surface :

- le navigateur perché en haut de son grand mât aperçoit le premier la côte lointaine ;
- l'observateur en haut d'une falaise voit plus longtemps le vaisseau qui s'éloigne vers l'horizon que celui resté sur la plage ;
- l'étoile polaire n'a pas la même hauteur au-dessus de l'horizon en Grèce qu'en Egypte ;
- enfin, lors des éclipses de Lune, l'ombre de la Terre se projetant sur la Lune révèle une section circulaire.

Persuadé que la Terre est sphérique, notre génial Eratosthène va tracer sa célèbre figure géométrique "éblouissante de simplicité", laquelle va lui permettre de calculer facilement la longueur du méridien terrestre! Voyez plutôt :



Si la Terre est sphérique, en prolongeant la verticale d'Alexandrie (l'obélisque) et celle de Syène (le puits), ces deux verticales vont se rejoindre par définition au centre de la Terre. D'autre part, Eratosthène sait que la ville de Syène étant située droit vers le sud par rapport à Alexandrie, les deux villes sont à peu près situées sur le même méridien. Les rayons solaires étant effectivement parallèles, l'angle formé par les deux verticales au centre de la Terre est donc identique à celui qu'il a mesuré grâce à l'ombre de l'obélisque ($7,2^\circ$).

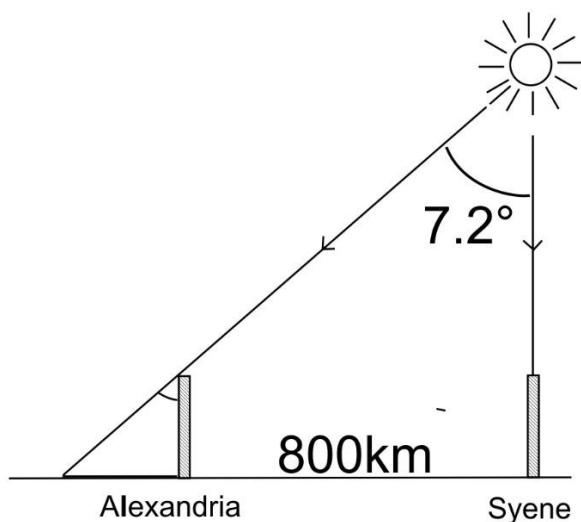
La proportion de cet angle en regard des 360° du cercle est la même que celle de la distance séparant les deux villes (à peu près 800 km) par rapport à la circonférence du cercle (ici, le méridien terrestre). Vous devinez la suite : 360° divisé par $7,2^\circ$ donne 50, et 800 km que multiplie 50 fait bien 40 000 km (longueur que l'on a retrouvée ultérieurement par d'autres procédés).

Angle ($^\circ$)	Distance (km)
7.2	800
360	Circonférence



$$\text{Circonférence} = 360 \times 800 / 7.2 = 40\,000$$

Le coin des "matheux"

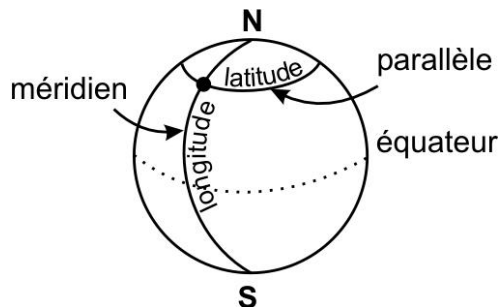


Comme nous l'avons mentionné plus haut, les observations d'Eratosthène peuvent se comprendre avec la première hypothèse, celle d'une Terre plate et d'un Soleil très proche. Or, certaines données fournies par ce génial personnage nous permettent même de calculer avec exactitude l'éloignement qu'aurait dû avoir ce Soleil.

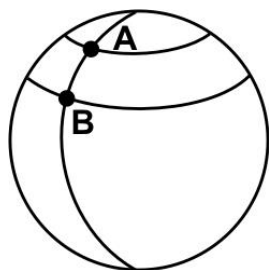
En effet, dans ce cas, la tangente de l'angle de $7,2^\circ$ serait égale au rapport des 800 km séparant Syène d'Alexandrie, sur la distance séparant la Terre du Soleil : On trouve ainsi que le Soleil serait éloigné de : $800 \text{ km} / \tan 7.2 = 6500 \text{ km}$ environ de la Terre (soit la valeur du rayon terrestre), ce qui est extraordinairement proche puisqu'on sait aujourd'hui que notre Soleil se trouve à environ 150 millions de Km !

2 - Adapter un projet expérimental pour la classe

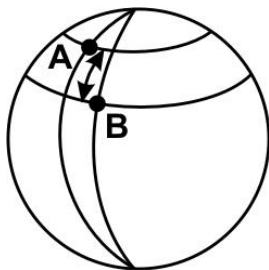
Vous allez réaliser cette expérience en binôme avec une autre classe (dont nous vous fournirons les coordonnées) mais sans avoir besoin d'obélisque ou de puits ! Un simple bâton vertical suffira de part et d'autre, d'une hauteur identique de préférence pour simplifier les comparaisons de relevés d'ombre.



Il ne sera pas nécessaire non plus que l'un des deux partenaires soit situé sur le tropique du Cancer ! Il devra seulement être à une latitude nettement différente de l'autre.



Si les deux écoles sont situées à peu près sur le même méridien, très bien... Sinon, pas de problème puisque chacune à son tour " verra midi à sa porte " sur son propre méridien !



Ce n'est pas le kilométrage entre vos deux écoles qui sera pris en compte, mais la plus courte distance séparant les deux parallèles donnant vos latitudes (vous verrez que cette distance s'évalue très simplement)

Pas besoin également d'attendre le jour du solstice d'été pour effectuer les relevés ! N'importe quel jour de l'année conviendra, à condition que ce soit le même que celui de votre partenaire : aussi sera-t-il prudent de vous entendre avec lui et de renouveler la " manip " un certain nombre de jours...

Quant à déterminer, chacun de votre côté, le moment du midi solaire local (différent d'un lieu à l'autre et chaque jour de l'année), pas de problème non plus : il s'agira simplement de repérer l'ombre la plus courte pendant la demi-heure encadrant 13 h à l'heure d'hiver : un jeu d'enfant... A condition, bien sûr, que le Soleil y mette du sien !

3 - Exemple de deux classes situées à Lafrançaise (France) et Meerut (Inde)

Jeudi 10 Février 2011.

Les coordonnées des deux villes:

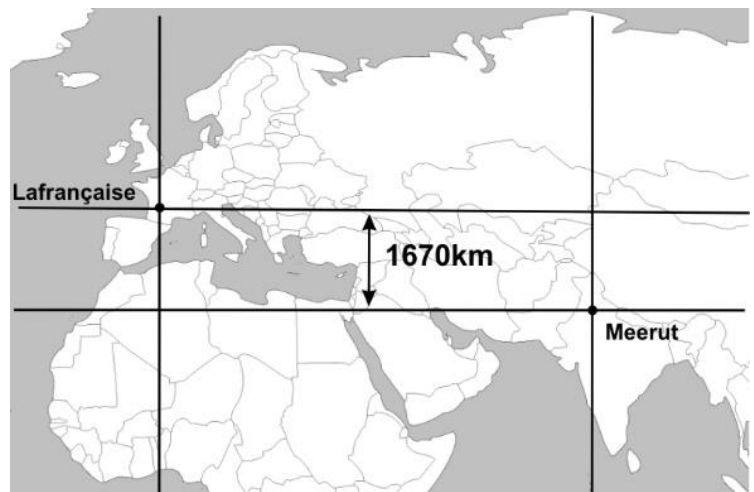
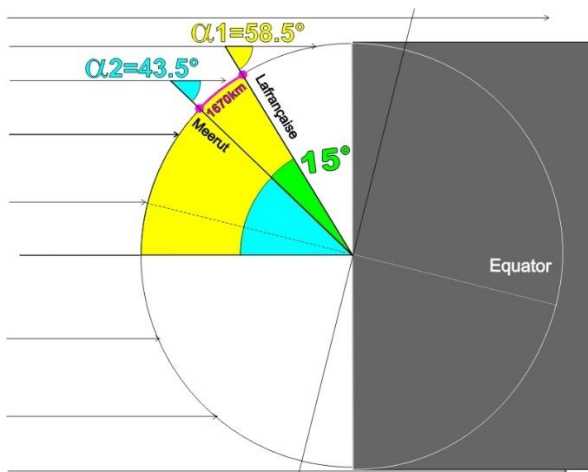
Lafrançaise: latitude $44^{\circ}08'N$, longitude $1^{\circ}15'E$

Meerut, latitude $29^{\circ}00'N$, longitude $77^{\circ}42'E$.

Ces relevés ont permis aux enfants d'évaluer ensuite, avec la précision d'un demi-degré, l'angle des rayons du Soleil (lors du midi solaire local) à partir d'un tracé géométrique très simple :

Pour Lafrançaise ils trouvent $\alpha_1 = 58.5^{\circ}$

ET pour Meerut $\alpha_2 = 43.5^{\circ}$.



Mais comment, à partir de ces deux angles, évaluer le fameux angle alpha ?

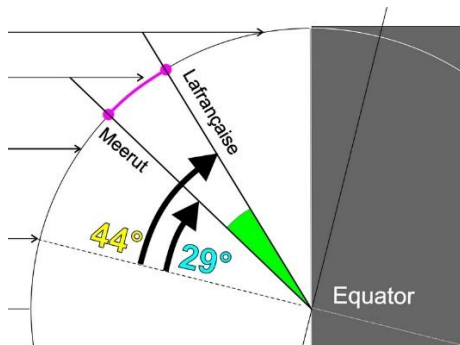
Il suffit de soustraire l'angle alpha 2 de l'angle alpha 1, ce qui donne 15° .

Puisque les deux écoles partenaires ne sont pas situées sur le même méridien, il faut déterminer ensuite la distance la plus courte entre le parallèle de Lafrançaise et le parallèle de Meerut. C'est très simple : sur une carte, on trace soigneusement les deux parallèles et, en utilisant l'échelle de la carte, on évalue leur écartement. Ici, la valeur trouvée avoisine les 1670 km.

Nous avons maintenant les deux éléments nécessaires pour le calcul du méridien terrestre selon la "méthode d'Ératosthène": l'angle alpha de 15° et la distance de 1670 km entre les deux parallèles. La proportion du cercle entier par rapport aux 15° trouvés étant de 24 fois (360° divisé par 15°), le calcul du méridien se fait en multipliant 1670 km par 24, ce qui fait bien 40080km.... Méthode efficace, à condition que les mesures soient les plus précises possibles (surtout si les latitudes sont plus rapprochées !)

Angle (°)	Distance (km)
15	1670
360	circonférence

$$360 \times 1670 / 15 = 40\ 080$$



Il est intéressant de savoir, comme le montre la figure, que la différence entre les deux latitudes nous fournit immédiatement le fameux angle alpha ! Avec nos deux écoles partenaires, cela donne :

$$44^{\circ}08' - 29^{\circ}00' = 15^{\circ}08'$$

Remarquons que les relevés de mesures faits par les enfants sont très corrects puisque nos écoliers en ont déduit un angle de 15°, donc très proche.

Insistons sur le fait que la méthode "directe" du calcul de l'angle alpha grâce à la connaissance des deux latitudes ne doit surtout pas être communiquée aux enfants dans un premier temps ! En revanche, elle pourra leur servir, a posteriori, pour détecter d'éventuelles erreurs dans leurs relevés...

4 - Les étapes de la mise en œuvre du projet

En accord avec les principes de La main à la pâte, vous veillerez à donner une place prépondérante à la réflexion des enfants : vous les encouragerez à formuler des hypothèses qu'ils vérifieront ensuite en imaginant des expériences adéquates. Chaque élève aura un cahier où il consignera, par des dessins et de courtes phrases, ses propres recherches, et dans lequel seront exposés les travaux de groupe et les bilans établis de façon collective. Cela vous permettra de vérifier la bonne compréhension des travaux menés en classe et de suivre l'évolution de chacun de vos élèves.

Voici donc les différentes étapes que nous vous proposons :

1/ Mise en ligne des premières séquences, ouverture d'une liste de diffusion pour les écoles participant au projet. Les scientifiques et les formateurs seront inscrits à cette liste et répondront aux questions que vous vous posez.

2/ Lors de votre inscription au projet, vous êtes automatiquement inscrit à la liste de diffusion du projet Eratosthène. Vous pouvez ainsi communiquer facilement avec les autres enseignants du projet. Vous recevez également un mot de passe qui vous donne accès à un espace de travail.

Cet espace de travail permet à chaque classe :

De se connecter pour enregistrer et afficher le résultat de ses mesures sur le site du projet

D'accéder aux coordonnées de toutes les classes engagées dans le projet

De prendre connaissance de leurs mesures

De visualiser les classes engagées sur une mappemonde

3/ Tout au long de l'année, les classes inscrivent leurs mesures dans l'espace de travail du projet. Des mesures synchrones peuvent être planifiées en utilisant la liste de diffusion. (Équinoxes de septembre et de mars. Solstice de décembre)

4/ Le 21 juin, les classes reproduisent ensemble l'expérience historique qui permit à Ératosthène de mesurer la taille de la Terre il y a plus de 20 siècles !