

ALT KÜME KONUSU

TANER Y.

DR.MATH PROJESİ

TUNA ANADOLU LİSESİ

ALT KÜME

A ve B herhangi iki küme olsun. B kümesinin her elemanı A kümesinin de elemanı ise, B ve A kümesinin alt kümesi denir.

- $B \subset A \rightarrow B, A'$ nın alt kümesidir.
- $A \supset B \rightarrow A, B'$ yi kapsar.



n elemanlı alt kümelerinin sayısı 2^n formülü ile bulunur.

Alt Kümenin Özellikleri

1. Boş küme her kümenin alt kümesidir. ($\emptyset \subset A$)
2. Her küme kendisinin alt kümesidir. ($A \subset A$)
3. A, B ve C kümeleri verilsin. ($A \subset B$) ve ($B \subset C$) ise $A \subset C$ dir.
4. A ve B kümeleri verilsin. ($A \subset B$) ve ($B \subset A$) $\Leftrightarrow A = B$ dir.

ÖZ ALT KÜME

- Bir kümenin kendisi hariç diğer alt kümelerine o kümenin öz alt kümeleri denir.
- n elemanlı bir kümenin $(2^n - 1)$ tane öz alt kümesi vardır.

ÖRNEK

Bir kümenin eleman sayısı 3 katına çıkarsa alt küme sayısı kaç katına çıkar?

$$\text{Eski } s(A)=1$$

$$2^1=2$$

$$\text{Yeni } s(A)=3$$

$$2^3=8$$

4 katına çıkar.

ÖRNEK

★ Bir kümenin özalt küme ve alt küme sayılarının toplamı 255'tir. Kümenin eleman sayısını bulunuz?

$$2^n + 2^n - 1 = 255$$

$$2 \cdot 2^n = 256$$

$$2^n = 128$$

$$n = 7$$

128		2
64		2
32		2
16		2
8		2
4		2
2		2
1		

ÖRNEK

$A = \{ 1, 2, \{ 1, 2, 3 \}, \{ 4 \}, 4, 5 \}$ aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

$\{1, 2, 3\} \subset A$

$s(A) = 6$

$\{1\} \subset A$

$1 \in A$

$\{4\} \in A$

$\{\{4\}\} \subset A$

$\{1, 2, 3\} \in A$

$\{1, 4, 5\} \in A$

ÖRNEK

ÖRNEK

$A = \{1, 2\}$ kümesinin bütün alt kümeleri aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

A) $\{1\}, \{2\}$

B) $\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

C) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$

D) $1, 2$

E) $\emptyset, 1, 2$

A'nın bütün alt kümeleri $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ dir.



A'nın kuvvet kümesinin alt küme sayısı 4^{16} ise, A'nın eleman sayısı kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

Çözüm :

A'nın eleman sayısı = $s(A) = n$ olsun.

A'nın kuvvet kümesinin eleman sayısı = 2^n dir.

A'nın kuvvet kümesinin alt küme sayısı

$$2^{2^n} = 4^{16} \Rightarrow 2^{2^n} = 2^{32}$$

$$\Rightarrow 2^n = 32$$

$$\Rightarrow n = 5 \text{ tir.}$$

Cevap : C

ÖRNEK



Alt küme sayısı 64 olan bir **B** kümesinin eleman sayısı kaçtır?

Çözüm

$$2^n = 64$$

$$\underbrace{2^n = 2^6}$$

$n = 6$ tane elemanı vardır.

$s(A) = 6$ elemanlıdır.

$$\left. \begin{array}{l} 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array}} \right\} 6 \text{ tane}$$

ÖRNEK

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- a) 1 elemanı bulunmaz?
- b) 2 elemanı bulunur?
- c) 1 elemanı bulunur fakat 2 elemanı bulunmaz?

Çözüm

a) A kümesinde 1 elemanını atarsak $s(A_1) = 5$ olup alt küme sayısı $2^5 = 32$ dir.

b) $A_1 = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt küme sayısı $2^5 = 32$ olup bunların hiç birinde 2 elemanı yoktur. Bu alt kümelerin herbirine 2 elemanını eklersek hepsinde 2

c) A kümesinden 1 ve 2 yi atarsak,

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ kümesi alt küme sayısı $2^4 = 16$ dir. 16 tane alt kümesinin her birine 1 elemanını eklerse alt küme sayısı yine 16 olur. Sonuç olarak 1 elemanı bulunur. 2 elemanı bulundurmaz, alt küme sayısı 16 olur.

ÖRNEK

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümeleri veriliyor.

$A \subseteq K \subseteq B$ olacak şekilde kaç tane K kümesi vardır?

- A) 32 B) 36 C) 64 D) 96 E) 128

$$\{3, 4, 5, 6, 7\} \rightarrow 2^5 = 32$$

ÖRNEK

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin tüm alt kümelerini yazalım:

0 elemanlı : $\{ \}$

1 elemanlı : $\{a\}, \{b\}, \{c\}$

2 elemanlı : $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$

3 elemanlı : $\{a, b, c\}$ şeklindedir.

Bu durumda, A nın 8 tane alt kümesi vardır.

$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ kümesinin 3 elemanlı tüm alt kümeleri yazılıyor. Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplanıyor ve bu sayılarla B kümesi oluşturuluyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısını bulalım.

Çözüm

A kümesinin üç elemanlı alt kümeleri;

$\{0, 1, 2\}, \{0, 1, 3\}, \{0, 1, 4\}, \{0, 2, 3\}, \{0, 2, 4\},$
 $\{0, 3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$

şeklindedir. A kümesinin 3 elemanlı alt kümeleri 10 tanedir. Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplandığında elde edilebilecek farklı sayılar; 3, 4, 5, 6, 7, 8, ve 9 dur.

Bu durumda, $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ olduğundan $s(B) = 7$ dir.

ÖRNEK

$A=\{a,b,c,d\}$ kümesinin
altkümeleri için,

A= Kaç tanesinde a elemanı
bulunur?

B= Kaç tanesinde a elemanı
bulunmaz?

C= Kaç tanesinde a ve b
bulunur?

D= Kaç tanesinde a veya b
bulunur?

CEVAP

a. a yı içeren altkümelerin dökümünü yapalım.

$\{a\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{a,b,c,d\}$.

a yı içeren tüm altkümeler 8 tanedir ve yukarıda görüldüğü gibidir. Şimdi tüm bu altkümelerde a yı görmeyelim, a yı atarak baktığımızda şu altkümeler oluşmaktadır:

$\{\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{b,c,d\}$.

Bu altkümeler $\{b,c,d\}$ kümesi ile oluşturabileceğimiz tüm altkümelerin listesidir. a yı içeren altkümeler oluştururken a yı mutlaka sepete atacağımızdan aslında kalanlarla değişik ne yapabiliriz onu düşünmüş oluyoruz. Demek ki belli bir elemanın olduğu altkümeler oluştururken bu eleman atılır ve kalan kümenin altküme sayısı bulunur.

b. a nın bulunmadığı altkümeler a elemanı atıldığında kalan kümenin altkümeleridir. $\{b,c,d\}$ kümesinin altküme sayısı $2^3=8$ olur. Dikkat edelim a nın bulunduğu altküme sayısı ilginç bir şekilde bulunmadığı altküme sayısına eşittir.

c. iki elemanın da bulunduğu altküme sayısı artık kolaydır. İstenen elemanlar zaten her altkümeyle gireceğinden atılır ve kalanlarla değişik ne yapılabilir buna bakılır. Cevap $2^2=4$ tür.

d. tüm altkümelerden istenmeyen altkümeleri çıkaracağız. a veya b nin olduğu altkümelere yalnız a yı içerenler, a ve b yi içerenler ve yalnız b yi içerenler girer. Bu kümeyle girmeyen altkümeler ne a ne de b yi içeren altkümelerdir.

Tüm altkümeler $2^4=16$ tane, a yı da b yi de içermeyenler bu elemanları atıp kalan kümenin altküme sayısını bulursak 2^2 tane. Tüm altkümelerden istenmeyen altkümeleri çıkarırsak $16-4=12$ tane.

TEŞEKKÜRLER

