



*Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania  
kompetencji matematycznych*

*Modern and activating methods in developing  
mathematical competences*

## *książeczka multimedialna*

*prezentująca przykłady i efekty pracy metodą projektu,  
wymagająca stosowania kompetencji matematycznych, TIK, językowych,  
połączenie życia codziennego z matematyką*

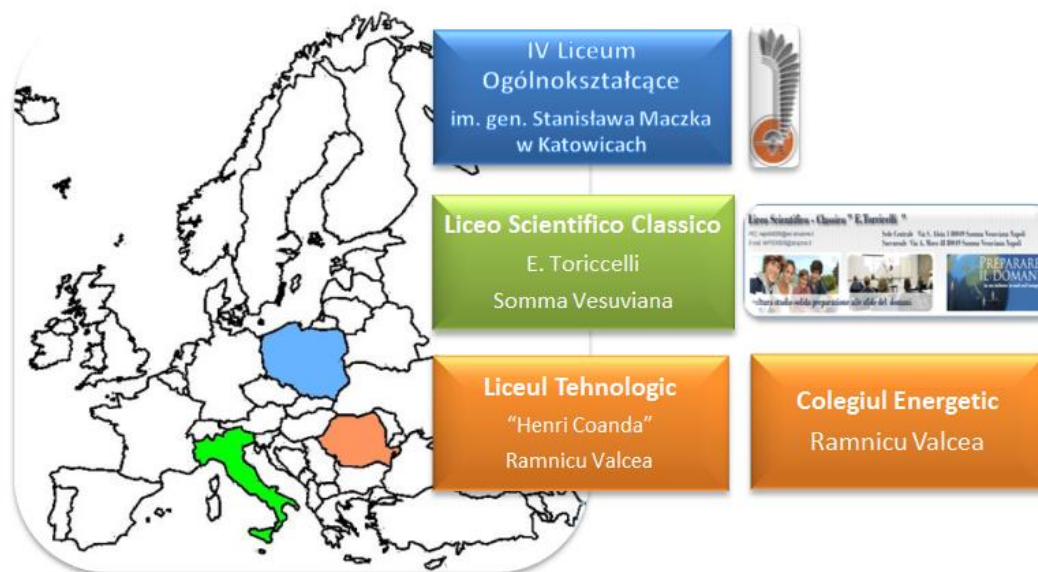
## *e-booklet*

*presenting the effects and examples of the project-based method,  
involving the ICT, language and maths competences,  
showing the links between Maths and daily life*

## Project coordinator:

IV Liceum Ogólnokształcące im. Generata Stanisława Maczka w Katowicach

Partner schools:



Projekt realizowany w terminie:

**01.09.2017r. – 31.08.2019r.**

The project carried out from

**01.09.2017 to 31.08.2019**

Współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+  
w ramach akcji KA2 partnerstwa strategiczne –współpraca szkół

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Polski zespół projektowy:

Katarzyna Ziemięc  
Katarzyna Trajdos  
Lucyna Pawtowska  
Kinga Paulewicz-Sopala  
Elżbieta Bożek

Rumuński zespół projektowy:

09.2017 – 09.2018

Liceul Tehnologic Henri  
Coanda Ramnicu Valcea  
Emilia Paraschiv  
Ligia Nichita  
Mariana Tanasescu  
Maria Vasilescu  
Nicolae Chişaru  
Lăcrămioara Zamfir  
Elena Titoiu

Włoski zespół projektowy:

Speranza Rosa D'Alessandro  
Francesco Orsini  
Concetta Prota  
Attilia D'Avino  
Maria Menichini;  
Antonio Iorio  
Carla Cianciulli

09.2018 – 31.08.2019

Colegiul Energetic  
Simion Mihăiţă Constantin  
Marica Mariana  
Matei Marilena  
Diaconescu Carmen  
Țenea Codruța  
Bîrzescu Cătălin  
Tițoiu Elena  
Zamfir Lăcrămioara  
Udrescu Ana Maria  
Paraschiv Emilia

Projekt Erasmus+, akcja KA2 "Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych" był realizowany od 01.09.2017r. do 31.08.2019r.

Szkoły uczestniczące w projekcie:

- IV Liceum Ogólnokształcące im. Generała Stanisława Maczka w Katowicach
- Liceo Classico E.TORRICELLI w Somma Vesuviana we Włoszech,
- Liceul Tehnologic Coanda w pierwszym roku projektu, a następnie Colegiul Energetic, obie szkoły z Ramnicu Valcea w Rumunii.

Efektywna współpraca szkół projektowych zaowocowała osiągnięciem wszystkich celów projektu:

wśród uczniów

- Podniesieniem kompetencji matematycznych,
- Rozwojem umiejętności TIK,
- Podwyższeniem poziomu sprawności posługiwania się językiem angielskim
- Zbudowaniem pozytywnego nastawienia do uczenia się matematyki

wśród nauczycieli :

- Zdobyciem wiedzy na temat metod aktywizujących, metody projektu, gamifikacji w nauczaniu matematyki oraz projektów eTwinning
- Nabyciem umiejętności posługiwania się ww.metodami
- Podwyższeniem poziomu sprawności posługiwania się językiem angielskim,
- Rozwojem umiejętności stosowania TIK
- Uzyskaniem doświadczenia pracy z uczniami z różnych kręgów kulturowych
- Wzbogaceniem warsztatu pracy o nowe metody pracy

The Erasmus+ project "Modern and activating methods in developing Mathematical competences." within KA2 action was carried out from 01.09.2017 to 31.08.2019.

The partner schools were

- IV Liceum Ogólnokształcące im. Generała Stanisława Maczka in Katowice, Poland,
- Liceo Classico E.TORRICELLI in Somma Vesuviana in Italy,
- Liceul Tehnologic Coanda during the first year and then Colegiul Energetic, both in Ramnicu Valcea in Romania.

The schools cooperated effectively and reached all objectives of the project:

For students:

- improvement of mathematical competences,
- improvement of ICT skills,
- development of language skills
- forming the positive attitude towards learning Maths

For teachers :

- gain in knowledge on activating methods of teaching, project-based teaching, gamification in teaching Maths, eTwinning projects,
- development of the ability to apply aforementioned methods,
- improvement of English competency,
- improvement of ICT skills
- experience of work with the multicultural students
- development of new methods and forms of work

## Matematyczny Escapa Room

### Cele projektu:

1. Umiejętność pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności poszukiwania informacji.
3. Rozwijanie umiejętności korzystania z TIK – wykonanie rekwizytów, napisanie programu komputerowego – szyfrującego.
4. Wykorzystanie poznanych umiejętności matematycznych do szyfrowania zagadek.
5. Rozwijanie umiejętności logicznego myślenia.

### Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 osobowej przyjmą rolę poszukiwacza, selekcjonera, scenarzysty i pisarza. Wybiorą zagadki do stworzenia scenariusza Escape Roomu, zbiorą odpowiednie materiały na rekwizyty (np.: pudła – schowki, koperty – zagadki, karty – szyfry, program komputerowy), wykonają te rekwizyty. Napiszą gotowy scenariusz z zagadkami oraz przetestują jego poprawność.

### Scenariusz gry:

Szalony matematyk uwięził graczy i testuje ich umiejętności matematyczno-analityczne. Nagrodą za poprawne rozwiązanie zagadek będzie na końcu gry wybranie jednej z 3 kopert, w których znajduje się kod do drzwi.

## Mathematical Escape Room

### Project goals:

1. Ability to work in a group.
2. Developing the information search skills.
3. Developing the skills of using ICT - creating props, writing a computer program - encryption.
4. Using the acquired maths skills to encrypt puzzles.
5. Developing logical thinking skills.

### Implementation of the project:

The students in a group of 4 will play the role of a seeker, a selector, a screenwriter and a writer. They will select riddles to create the Escape Room script, collect the appropriate materials for the props (e.g. boxes - storage compartments, envelopes - puzzles, cards - ciphers, a computer program), they will make those props themselves. The students will create a ready-made script with the riddles and will test its correctness.

### The game script:

A crazy mathematician has imprisoned players and is testing their mathematical and analytical skills. The reward for solving the puzzle correctly will be choosing one of the three envelopes containing a door code at the end of the game.



Za jednymi drzwiami jest pokój z szalonym matematykiem, Za drugimi wyjście, a za resztą gracz przegrywa.

Gracze muszą wybrać dobrą kopertę na podstawie informacji z zadań.

W Sali lekcyjnej stoliki są ponumerowane, do trzech stolików od spodu są przyklejone koperty, tylko jedna ma kod do skrzynki w której znajduje się klucz. Numer odpowiedniego stolika to wynik działania, które jest napisane na kartce A4 i przyklejone do tablicy. Uczniowie po wytypowaniu stolika muszą znaleźć kopertę z kodem. (Zerwanie złej koperty równa się z wypuszczeniem neurotoksyn i niechybną śmiercią. Skracamy czas możliwości na rozwiązanie zagadki do 1 min)

$$\log_2 4 - \log_2 8 + \log_2 16 + \log_2 32 = 8 \text{ (numer stolika będzie 8)}$$

Behind one door there is a room with a crazy mathematician, behind the other there is an exit, and behind the remaining ones, the player loses.

The player must select a good envelope on the basis of information from the tasks.

In the classroom, the tables are numbered, the envelopes are attached to the bottom of three tables, but only one has a code for the box in which the key is located. The number of the appropriate table is the result of the activity, which is written on a sheet of A4 paper and pinned to the board. After selecting the table, the students must find an envelope with a code. (Tearing off the wrong envelope equals releasing neurotoxins and inevitable death. The time needed to solve the puzzle is reduced to 1 min)

$$\log_2 4 - \log_2 8 + \log_2 16 + \log_2 32 = 8 \text{ (the table number is 8)}$$



Po wyjęciu klucza należy znaleźć pudełko z kłódką (można przygotować 3). W pudełku będzie znajdowała się kolejna zagadka związana odczytaniem hasła, tym razem zadaniem uczestników zabawy będzie rozszyfrowanie zapisanego zdania. Zdanie zostało tak zapisane, że każdą literę należy przesunąć o 5 liter do tyłu w alfabecie. (Można przygotować kilka wersji podpowiedzi z alfabetem, wtedy uczniowie muszą wybrać właściwy lub napisać przy zdaniu, że litery należy przesunąć o wartość jednej z liczb pierwszych).

Zdanie do odszyfrowania: „ULXŻU PXJ, ĆAUEĄ MEPXĆLŃXO ŻDLAUE UL GEJEXŹD”. (ROZWIĄZANIE: Zobacz tam, gdzie Pitagoras chodzi po liniach).

Po odszyfrowaniu hasła zadaniem uczniów będzie znalezienie narysowanych trójkątów na ka kartce w linii lub wersja ciekawsza wycięte z kartonu różne trójkąty: równoboczny(kilka, różnej wielkości), rozwartokątny(kilka sztuk, różnej wielkości), prostokątny (tylko jeden!). Rozwiązaniem tej zagadki będzie wytypowanie trójkąta prostokątnego. Wytypowanie złego równa się z uzbrojeniem ładunków wybuchowych czyli skróceniem czasu na zagadkę do 1 min. Jeśli zostanie dobry trójkąt wybrany gracze zostaną poinformowani że ładunki zostały rozbrojone.

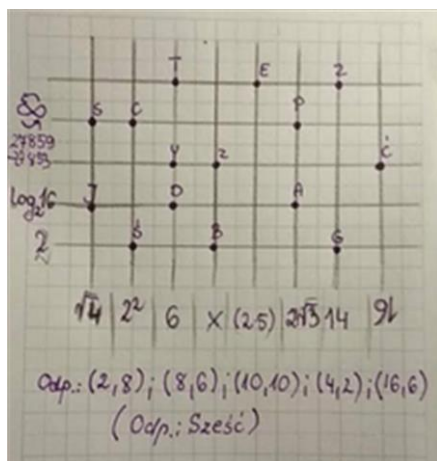
Na trójkącie będzie znajdowała się zagadka związana z koordynatami punktów na siatce. Koordynaty będą oddalone od siebie o 2 i podane będą ich współrzędne. Legenda dotycząca linii na których się znajdują będą zaszyfrowane w specjalny sposób (np.  $2^2=4$  i wtedy ta linia będzie miała koordynaty punktu 4).

After removing the key, the players should find the box with a padlock (you can prepare 3). In the box there will be another puzzle related to reading the password, this time the task of the participants of the game will be to decipher the previously written sentence. The sentence has been written so that each letter should be moved 5 letters backwards in the alphabet. (Several versions of the hint with the alphabet can be prepared, then the students will have to choose the correct one or write next to the sentence that the letters should be shifted by the value of one of the prime numbers).

A statement to decode 'ULXŻU PXJ, ĆAUEĄ MEPXĆLŃXO ŻDLAUE UL GEJEXŹD'. (SOLUTION: See there where Pythagoras walks on lines).

After deciphering the password, the students' task will be to find drawn triangles on a lined sheet of paper or a more interesting version, various triangles cut out of the cardboard: equilateral (several, different sizes), obtuse (several pieces, different sizes), rectangular (only one!). The solution to this puzzle will be to pick a right triangle. Choosing the wrong triangle is equal to arming explosives, i.e. reducing the time for a puzzle to 1 minute. If a good triangle is selected, the players will be notified that the charges have been disarmed.

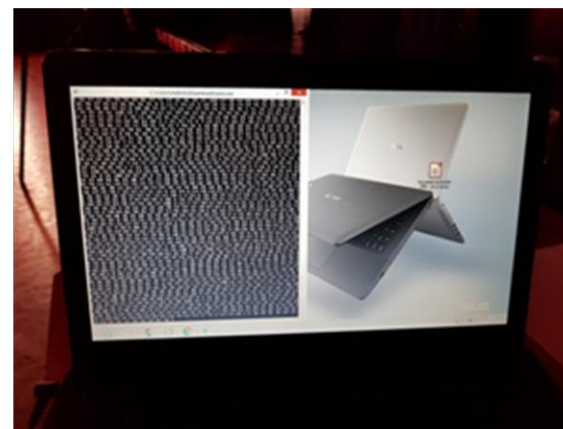
On the triangle there will be a puzzle related to the coordinates of the points on the grid. The coordinates will be separated from each other by 2 and their coordinates will be given. The legend regarding the lines on which they are located will be encrypted in a specific way (e.g.  $2^2 = 4$  and then this line will have the coordinates of point 4).



Rozwiązaniem tej zagadki będzie napis „Sześć”. Gracze będą musieli pomyśleć do czego potrzebna będzie ta cyfra. W Sali można przygotować zdjęcie, rysunek z obrazkiem komputera i cyfrą 6. Cyfra ta będzie zatrzymywała program specjalnie przygotowany na potrzeby tego Escape Roomu. Jeśli nie mamy programu można na obrazku z komputerem z tyłu umieścić kolejną zagadkę.

W wersji z programem po kliknięciu cyfry 6 program się zatrzymuje i uczestnicy zabawy poznają kolejne zadanie do wykonania. Będzie to zagadka związana z kolejnością wykonywania działań: „Masz do dyspozycji dowolne działania matematyczne i musisz wykorzystać wszystkie cyfry od 1 do 9. Jak należy zbudować działanie by osiągnąć wynik równy 1?

ODP.  $9+8+6-7-5-4-3-2-1=1$ .



The solution to this puzzle will be the inscription ‘Six’. The players will have to think about what that number will be needed for. In the classroom you can prepare an illustration, with a computer picture and the number 6. This number will stop the program specially prepared for the needs of this Escape Room. If you do not have a program, you can put another puzzle on the picture with the computer at the back.

In the version with the program, after clicking the number 6, the program stops and the participants of the game achieve the next task to be performed. It will be a puzzle related to the order of the activities, ‘You have any mathematical operations at your disposal and you must use all the numbers from 1 to 9’. What should you do to achieve a score of 1?

ANSW.  $9+8+6-7-5-4-3-2-1=1$ .

Rozwiązaniem tej zagadki będzie odpowiedź na pytania: Ile sztuk plusów użyłeś w działaniu, ile sztuk minusów użyłeś w zadaniu, ile sztuk znaku mnożenia użyłeś w zadaniu i ile sztuk znaków dzielenia użyłeś w zadaniu, w ten sposób uczestnicy zabawy otrzymają kod czterocyfrowy. Kod będzie znajdował się na trzech skrzyniach, po wybraniu właściwej, z dobrym kodem, w środku będzie znajdowała się kolejna zagadka.

„Pewna liczba kończąca się na 4 ma ciekawą właściwość. Otóż kiedy przeniesiemy tę czwórkę na początek, to wartość tej liczby zwiększy się dokładnie czterokrotnie. Jaka to liczba?”

Tą liczbą jest 102 564 bo  $102564 * 4 = 410256$

W Sali będą znajdować się koperty z różnymi liczbami, uczestnicy będą musieli znaleźć kopertę z właśnie wynikiem (102564). We poprawnie zaadresowanej kopercie będzie wiadomość dla graczy: „Wygrałeś... na razie jesteś wolny.”

#### **Praktyczne wykorzystanie – pomysł:**

Dzień otwarty w szkole, zajęcia kółka matematycznego, projekty międzynarodowe, międzyszkolne.

The puzzle solution will be to answer the questions: How many plus pieces did you use in the action, how many minus pieces did you use in the task, how many pieces of the multiplication sign did you use in the task and how many pieces of the division sign did you use in the task. That way the participants of the game would receive a four-digit code. The code will be located in three chests. After choosing the right one, with a good code, there will be another puzzle inside.

‘A certain number ending in 4 has an interesting property. When we move that four to the beginning, the value of this number will increase exactly four times. What number is it?’

The number is 102 564 because  $102564 * 4 = 410256$

There will be envelopes with different numbers in the classroom, the participants will have to find the envelope with the result (102564). In the correctly addressed envelope there will be a message for players: ‘You won ... for now on you are free.’

#### **Practical application – suggestion**

Open day at school, maths club classes, international and inter-school projects.

## Gra miejska I

Wykorzystanie aplikacji Actionbound - <https://en.actionbound.com/>  
Oraz <https://learningapps.org/>



Gry terenowe bywają okazją na przeniesienie procesu nauczania poza szkolne mury.

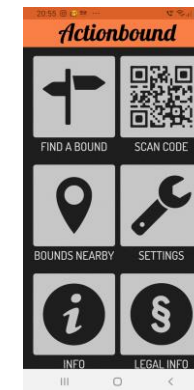
Uczniowie zyskują możliwość samodzielnego działania, rozwijania umiejętności pracy w grupie, praktycznego zastosowania nabytej w szkole wiedzy.

Po rejestracji na stronie: na stronie <http://en.actionbound.com> możemy przystąpić do utworzenia gry terenowej (bound).

Funkcji **INFORMATION**, umożliwia zapisanie instrukcji dla uczestników zabawy.

## City Game I

The use of the application Actionbound -  
<https://en.actionbound.com/> and <https://learningapps.org/>



'Field games' are an opportunity to transfer the teaching process outside the school walls.

Students are given the possibility to act independently, group work, and the practical application of the knowledge acquired at school.

After registration on the website <http://en.actionbound.com> we can start to set up a field game (bound).

The **INFORMATION** function allows you to save instructions for game participants.

Funkcja **STAGE** pozwala, aby uczestnicy gry poruszali się po terenie z wykorzystaniem mapy. Po jej wybraniu wpisujemy nazwę miejscowości, w której odbędzie się gra. Wtedy na ekranie pojawi się plan terenu wraz z nazwami ulic i najważniejszych obiektów. Klikając w dowolną lokację określamy miejsce akcji naszej gry.

Funkcja **FIND SPOT** pozwala na dotarcie do konkretnej lokacji na planie. Dzięki niej stworzymy zadanie, które zostanie zaliczone wtedy, gdy GPS smartfona jednego z uczniów potwierdzi, że znalazł się w miejscu, które wskazaliśmy na planie.

Funkcja **QUIZ** umożliwia zadawanie grupom punktowanych pytań. Do pytania możemy dołączyć dowolny obraz, zdjęcie, film lub plik dźwiękowy. Pytania mogą być dowolnie punktowane. Można również zdecydować o limicie czasu na udzielenie odpowiedzi oraz o ilości możliwych odpowiedzi (aż do poprawnej). Możemy również stworzyć podpowiedź (hint).

Funkcja **MISSION** umożliwia dodanie zadania do wykonania przez grupę, np. wpisanie odpowiedzi, zrobienie i załączenie zdjęcia, filmiku, nagrania dźwiękowego. Autor gry terenowej zobaczy wystane przez uczniów materiały na swoim profilu w aplikacji Actionbound i wtedy może je dopiero ocenić.

Funkcja **SCAN CODE** pozwala na umieszczenie w dowolnym miejscu kodu QR, który uczniowie muszą zeskanować i odczytać w nim zawarte informacje.

Funkcja **SURVEY** – pozwala na stworzenie ankiety na dowolny temat.

The **STAGE** function allows the players to move around the area using the map. After selecting it, enter the name of the city in which the game will be held. Then, the area plan will appear on the screen with the names of the streets and the most important objects. By clicking any location, we determine the place of an action of our game.

The **FIND SPOT** function allows you to reach a specific location on the set. Thanks to it, we will create a task that will be counted when the GPS of one of the students' smartphone confirms that it has found the place we have indicated on the plan.

The **QUIZ** function allows asking questions to groups. We can attach any image, a photo, a film or a sound file to the question. The questions can be arbitrarily scored. You can also decide on the time limit for answering and the number of possible answers (up to the correct one). We can also create a hint (hint).

The **MISSION** function allows you to add a task to be carried out by the group, eg writing down the answer, taking and attaching a picture, a video, an audio recording. The author of the outdoor game will see the materials posted by his students on his profile in the Actionbound application and only then he can assess them.

The **SCAN CODE** function allows you to place a QR code anywhere. The students need to scan it and read the information contained in there.

The **SURVEY** function allows you to create a survey on any topic.

Funkcja **TOURNAMENT** pozwala na stworzenie wyzwania dla uczestników grupy, np. kto zna słowa piosenki, kto najdłużej zachowa równowagę na jednej nodze, itp.

Aby zagrać w grze terenowej potrzebujemy smartfona z zainstalowaną aplikacją Actionbound. Jest ona dostępna w Google Play oraz w App Store.

Po uruchomieniu aplikacji mobilnej należy za jej pomocą zeskanować kod QR, który załaduje do naszego urządzenia przygotowaną przez nas grę. Kod ten znajduje się w profilu autora gry, możemy go pobrać w formie pliku pdf, a następnie wydrukować. Po zeskanowaniu kodu grupa wpisuje swoją nazwę i podaje imiona graczy.

Następnie na ekranie smartfona będą się wyświetlały kolejne zadania – punkty na naszej trasie gry. Autor gry na swoim profilu w aplikacji w czasie rzeczywistym może obserwować zdobyte punkty przez poszczególne grupy, oraz gromadzić i obserwować nadesłane pliki.

#### **Praktyczne wykorzystanie – pomysł:**

W czasie realizacji mobilności uczniów w Polsce projektu Erasmus+ KA219 Edukacja Szkolna „*Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych*”, w której to wzięła udział młodzież z IV Liceum Ogólnokształcącego im.gen Stanisława Maczka w Katowicach, Liceo Scientifico Classico E. Toricelli z Somma Vesuviana Napoli z Włoch oraz Colegiul Energetic Ramnicu Valcea w Rumunii, przygotowałam matematyczną grę miejską „Katowice Challenge”.

The **TOURNAMENT** function allows you to create a challenge for group participants, eg who knows the lyrics of the song, who will keep the balance on one leg the longest, etc.

To play in a field game, we need a smartphone with the Actionbound application installed. It is available on Google Play and on the AppStore.

When we start the mobile application, we should scan the QR code with the use of it, which will load the game we have prepared into our device. This code is in the profile of the game founder, we can download it in the form of a pdf file, and then print it. After scanning the code, the group enters its name and the names of the players.

Then the following tasks (spots of our route) will be displayed on the screen of a smartphone. The game founder can observe the points scored by individual groups in his profile in the application in real time, and collect or watch uploaded files.

#### **Practical application - suggestion**

During the implementation of students' mobility in Poland, the Erasmus + KA219 School Education project ‘Modern and activating methods for developing mathematical competences’, in which students from IV High School named after Stanisław Maczek in Katowice, Liceo Scientifico Classico E. Toricelli from Somma Vesuviana Napoli from Italy and Colegiul Energetic Ramnicu Valcea in Romania took part, I prepared a mathematical city game "Katowice Challenge".

**Celem gry było połączenie poznania naszego miasta oraz dobrej zabawy matematycznej.**

Szczegółowe cele matematycznej gry miejskiej:

- Poznanie topografii Katowic
- Zapoznanie uczestników z wybranymi obiektami architektonicznymi miasta
- Integracja zespołów międzynarodowych
- Doskonalenie komunikacji językowej – język angielski
- Rozwijanie umiejętności wnioskowania
- Rozwijanie myślenia strategicznego
- planowania kolejnych kroków postępowania w celu rozwiązania problemu
- kształtowanie umiejętności pracy w zespole
- kształtowanie postaw kreatywności, negocjacji
- rozwijanie myślenia abstrakcyjnego i rozumowania
- nabywanie umiejętności uczenia się z wykorzystaniem różnych źródeł informacji.

Opracowałam trasę na terenie centrum Katowic, na której znajdowały się znaczące obiekty architektoniczne a do nich z kolei były przypisane poszczególne zadania.

**The goal of the game was to combine the exploration of the city and good maths fun.**

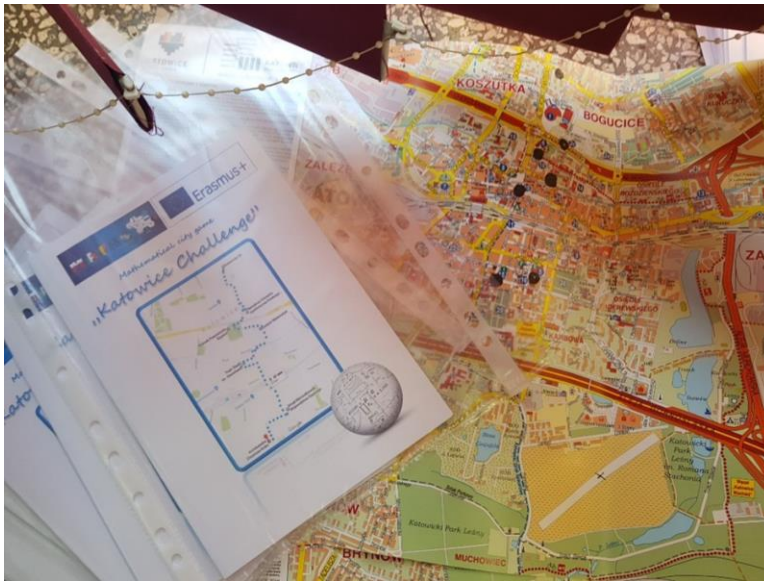
The detailed goals of the mathematical city game:

- Getting to know the topography of Katowice
- Familiarizing participants with the selected architectural objects of the city
- Integration of international teams
- Improvement of linguistic communication - English
- Developing inference skills
- Developing strategic thinking
- Planning next steps to solve the problem
- Shaping the skills of working in a team
- Shaping the attitudes of creativity and negotiation
- Developing abstract thinking and reasoning
- Acquiring the ability to learn with the use of various sources of information.

I prepared the route in the center of Katowice, on which significant architectural objects were located, and then assigned to each of them.

Każda grupa uczniów – składająca się z 2 uczniów z Polski, 2 z Włoch i 2 z Rumuni wraz z opiekunem otrzymała:

- Paszport – w którym znajdowały się 2 tabelki: jedna z miejscem na odpowiedzi i punktacją za wykonane zadania oraz druga gdzie uczniowie wpisywali swoje imiona oraz nazwę drużyny.
- Mapa Katowic z zaznaczonymi punktami architektonicznymi (na wypadek gdyby aplikacja nie zadziałała)
- Kod QR – kluz rozpoczynający grę w aplikacji stronie <http://en.actionbound.com>



Each group of the participants - consisting of 2 students from Poland, 2 from Italy and 2 from Romania and a tutor received:

- a passport - in which there were two tables: one with a place for answers and scores for completed tasks, and the second one where the students entered their names and the name of the team.
- the map of Katowice with the marked architectural spots (in case the application did not work)
- a QR code - a key that starts the game in the application at <http://en.actionbound.com>





Cała trasa i zadania zostały również opracowane w aplikacji  
<https://en.actionbound.com/>

Na naszej trasie znalazły się:

- **NOSPR** – zadaniem uczniów było zapoznanie się z informacją o muzycznych logarytmach – zależność ilości chorągiewek na nutach od długości danej nuty, która wylicza się ze wzoru wykorzystującego logarytm - tam również uczniowie mieli do ułożenia memo – logarytmy opracowane w aplikacji Learning Apps  
<https://learningapps.org/watch?v=pbsjfk9zn18>
- **Pomnik Powstańców Śląskich** – zadanie polegało na przysłaniu zdjęcia całej grupy na tle pomnika
- **Uniwersytet Śląski – Instytut Matematyki** – uczniowie zapoznali się z życiem i dokonaniem Stefana Banacha a za zadanie mieli do ułożenia puzzle – zdjęcie Banacha na czas, które było opracowane w aplikacji  
<https://www.jigsawplanet.com/>
- **Teatr Śląski** - do ułożenia zadań na stanowisku przy teatrze skorzystałam z informacji historycznych o tym obiekcie oraz z informacji w bazie Głównego Urzędu Statystycznego (informacje o przedstawieniach i teatrach w Polsce)
- **Urząd Marszałkowski Województwa Śląskiego** - zadaniem uczniów było zapoznanie się z informacjami dotyczącymi powstania budynku oraz danymi technicznymi i historycznymi. Zadania dotyczyły obliczeń na prędkość, przeliczania jednostek oraz skali.
- **Katedra Chrystusa Króla** – zadanie polegało na przesłaniu zdjęcia katedry.

The entire route and the tasks were also developed in the application  
<https://en.actionbound.com/>

Our route included:

- **NOSPR** (The Polish National Radio Symphony Orchestra in Katowice)- the students' task was to read the information about musical logarithms - the dependence of the number of flags on the notes from the length of a given note, which is calculated with the use of a logarithm pattern – the students also had to arrange a memo task –the logarithms developed in the LearningApps  
<https://learningapps.org/watch?v=pbsjfk9zn18>
- **Pomnik Powstańców Śląskich** (The Silesian Insurgents Monument)- the task was to send a photo of the whole group in front of the monument
- **Uniwersytet Śląski – Instytut Matematyki** (The University of Silesia – the Institute of Mathematics) – the students learnt about the life and the achievements of Stefan Banach and their task was to arrange the puzzle within the time limit - Banach's photo was developed in the application  
<https://www.jigsawplanet.com/>
- **Teatr Śląski** (The Silesian Theatre) - I used historical information about this facility and the information in the Central Statistical Office database to arrange tasks performed by students at the theatre post (information about performances and theaters in Poland)
- **Urząd Marszałkowski Województwa Śląskiego** (The Marshal's Office of the Silesian Region) - the task of the students was to get acquainted with the information about the building's construction as well as technical and historical data. The tasks concerned the calculations for speed, unit conversion and scale.
- **Katedra Chrystusa Króla** (The Cathedral of Christ the King) - the task was to send a photo of the cathedral.



Do wszystkich miejsc na trasie prowadziła aplikacja na zasadzie GPS. Grupy musiały odnaleźć HOT SPOT przy konkretnym z wymienionym powyżej obiektów, aby dostać dodatkowe punkty.

Dodatkowo na wszystkich stanowiskach uczniowie mieli opracowane wydrukowane materiały na wypadek, gdyby aplikacja nie zadziałała. Tam też od osób opiekujących się stanowiskiem otrzymywali punkty za wykonanie zadania, które były wpisywane do paszportu.

Każda grupa z opiekunem zaczynała grę w innym miejscu i miała opracowaną osobną trasę odwiedzania obiektów. Po odwiedzeniu wszystkich miejsc, grupy wracały do szkoły. Wtedy podliczaliśmy punkty.

Zwycięska drużyna otrzymała bardzo atrakcyjne nagrody rzeczowe.



All the places on the route were run by the application on a GPS basis. The groups had to find HOT SPOT for a specific object mentioned above to get extra points.

In addition, there were printed versions of the materials on all the posts in case the application did not work. The students received the points for completing the task from the persons who took care of the post. The points were written down in passports.

Each group with a supervising teacher started the game in a different place and had a separate route prepared to visit the spots. After visiting all the places, the groups returned to school. Then we counted the points.

The winning team received a very attractive prize.

**Nasza GRA – KATOWICE CHALLENGE**

<https://actionbound.com/bound/katowicechalleng>



**Our GAME – KATOWICE CHALLENGE**

<https://actionbound.com/bound/katowicechallenge>



## Gra miejska II

### Zadanie 1. Rachunek prawdopodobieństwa

Jeżeli na decymetrze kwadratowym znajduje się średnio 10 kwiatów i te kule kwiatowe na zdjęciu mają takie same promienie, jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwszy kwiatek, który spadnie będzie biały?



### Zadanie 2. Ciągi

W parku Zavoi w Ramnicu Valcea (Rumunia) w dniu 28.02.1848 został po raz pierwszy odśpiewany hymn Rumunii. Utwór „Obudźcie się Rumuni” został skomponowany przez Antona Panna, a tekst został napisany przez poetę Andreia Muresanu. Hymn składa się z 11 zwrotek. Podczas ważnych uroczystości śpiewa się zwrotki 1, 2, 4. Jeżeli za tym wyborem zwrotek jest jakaś zasada matematyczna, która zwrotka będzie następną po 1, 2, 4,...

## City Game II

### Task 1. Calculus of probability

If on a square decimeter there are on average 10 flowers and the spheres in the image above have equal rays, what is the probability for the first flower that will fall to be white?

### Task 2. Sequences



In Zăvoi Park in Ramnicu Valcea, on 28/2/1848, the national anthem was sung for the first time. "Awake Romanian!" Was composed by Anton Pann and the lyrics were written by the poet Andrei Mureşanu. The Romanian state's anthem is made up of eleven stanzas. On festive occasions, stanzas 1, 2, 4 are interpreted. If there was a mathematical rule for the chosen stanzas, which you think would be the next number after 1,2,4,...

### Zadanie 3. Procenty



W ostatnich latach, ceny biletów w teatrze Antonn Pann w Ramnicu Valcea często się zmieniały. Załóżmy, że początkowa cena wynosiła 10 lei. Po pewnym czasie, wartość biletu zmniejszyła się o 20%, a następnie wzrosła o 20%. Czy cena wynosiłaby znowu 10 lei?

### Zadanie 4. Liczby rzeczywiste

W wojnie o niepodległość Rumunii, 7600 z 25000 ofiar, było zabitych lub rannych. Jeżeli liczba chorych była sześć razy większa od rannych, ile było ofiar śmiertelnych.



### Task 3. Percentage

In the recent years, at the Anton Pann Theatre from Ramnicu Valcea, the price of a ticket has been quite volatile. Suppose the price was initially 10 lei. After a period where the value first decreased by 20% and then the value increased by 20%, would the value still be 10 lei?

### Task 4. Real numbers

In the independence war there were about 7600 dead and wounded out of a total of 25000 victims. If the number of the sick was six times higher than the number of the wounded, how many deaths were there?

### Task 5. Functions

The fountain has a water jet that sprays water from a location on a wall 12ft above the ground. The water reaches it's maximum height at a point 20 ft above ground and 4 ft from the wall. Write a function to model the path of the water.



### Zadanie 5. Funkcje

Fontanna wyrzuca wodę z punktu umiejscowionego na wysokości 12 stóp nad ziemią. Woda osiąga maksymalną wysokość 20 stóp nad ziemią i 4 stóp od ściany fontanny. Napisz funkcję obrazującą drogę wody.

### Zadanie 6. Liczby rzeczywiste

Ilość wody, która przepływa przez jedną fontannę wynosi  $0,075 \text{ m}^3/\text{s}$ . Każdy strumień wody może wzrosnąć do wysokości 10 m. Oszacuj dzienny koszt eksploatacji wszystkich fontann na zdjęciu. Załóżmy, że sprawność silnika pompy wynosi 90%, wydajność pompy wynosi 90%, a koszt energii elektrycznej wynosi  $0,2 \text{ €}/\text{kwh}$ .

### Zadanie 7. Funkcje

Zlecono ci zaprojektowanie łuku wodnego fontanny na monety. Basen fontanny ma szerokość 20 decymetrów, a łuk wodny ma być większy niż 6 decymetrów, ale mniejszy niż 50 decymetrów. Musisz określić położenie punktu startowego i punktów lądowania oraz maksymalną wysokość łuku. Ponadto należy napisać równanie opisujące łuk wodny w odniesieniu do jego wysokości w stosunku do odległości poziomej wzdłuż basenu.

### Task 6. Real numbers

The volume flow rate through one water fountain is  $0,075 \text{ m}^3/\text{s}$ . Each water stream can rise to a height of 10m. Estimate the daily cost to operate the all the fountains in the photo. Assume that the pump motor efficiency is 90% , the pump efficiency is 90% and the cost of electricity is  $0,2 \text{ €}/\text{kw-hr}$ .



### Task 7. Functions

You have been hired to design the water arc of a coin fountain. The pool of the fountain is 20 dm wide, and the water arc is to be greater than 6 dm tall, but less than 50 dm. You will need to determine the locations of the launch point and landing points and the maximum height of the arc. Also, you will need to write an equation that describes the water arc in terms of its height in relation to the horizontal distance along the pool.

### Zadanie 8. Pola powierzchni

Wejście do muzeum było pierwotnie wybrukowane 9 rzędami 80 prostokątnych płytek o długości dwukrotnie większej niż szerokość. Muszą one zostać wymienione, ale nowe płytki mają długość i szerokość dwa razy większą niż oryginalne. Ile płytek jest potrzebnych?

### Zadanie 9. Statystyka

Poniższe dane statystyczne pokazują wskaźnik uwięzienia w krajach OECD począwszy od 2019 r. Wskaźnik ten przedstawia liczbę osób przebywających w więzieniach na 100 000 ludności.

Jakich informacji potrzebujesz, aby dowiedzieć się, czy Słowenia ma więcej więźniów niż Szwecja? Znajdź te informacje i odpowiedz na pytanie: który kraj ma więcej więźniów - Słowenia czy Szwecja? Który kraj osadza w więzieniu skazanych w tempie około dwukrotnie wyższym niż w Irlandii?

### Zadanie 10. Rachunek prawdopodobieństwa

12 kobiet i 10 mężczyzn pracuje na jednym z wydziałów na uniwersytecie. Ile jest sposobów na wybranie 7-osobowego komitetu biorąc pod uwagę, że (a) Ana i Bob nie będą pracować razem, (b) musi zostać wybrana co najmniej jedna kobieta.

### Task 8. Surface area



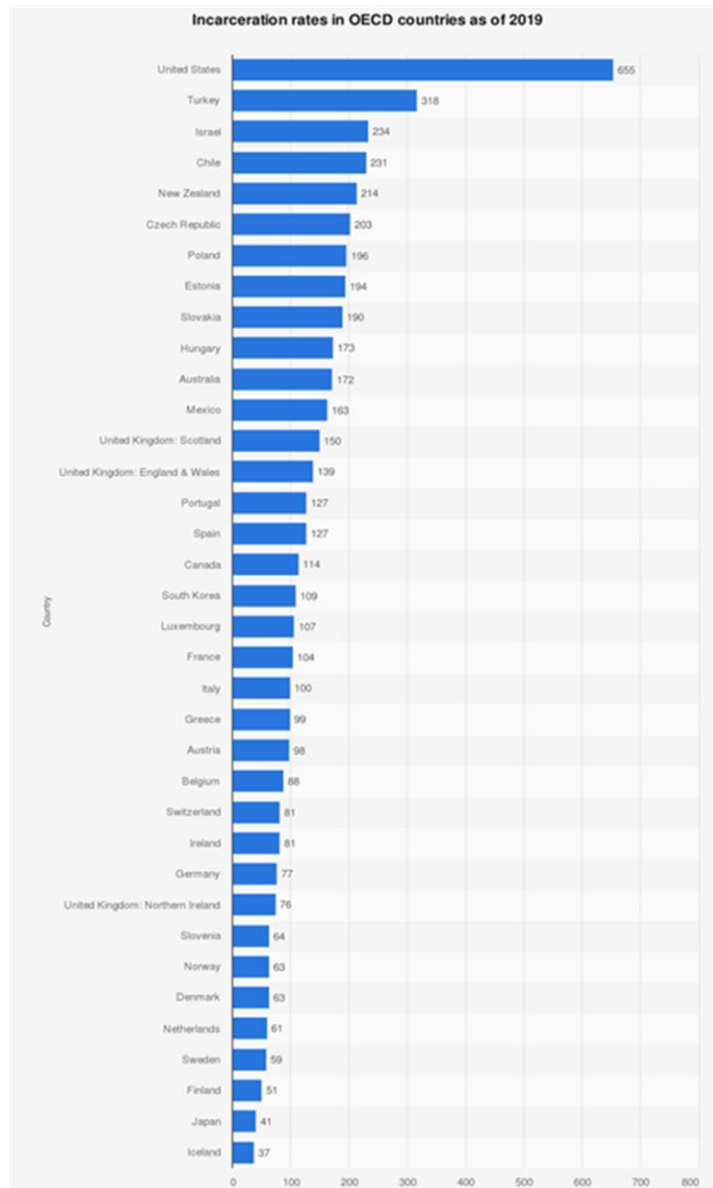
The entrance to the museum was originally paved with 9 rows of 80 rectangular tiles having the length twice as long as the width. These must be replaced, but the new tiles have a length and width twice as great as the original ones. How many tiles are necessary?

### Task 9. Statistics

This statistic shows the incarceration rate in OECD countries, as of 2019. The incarceration rate represents the number of people in prison per 100,000 of population.

What information would you need to find out whether Slovenia has more prisoners than Sweden? Go find that information and answer the question: Which country has more prisoners—Slovenia or Sweden?

Which country incarcerates people at approximately twice the rate as the Ireland does?



## Task 10.

### Calculus of probability

12 women and 10 men are on the faculty. How many ways are there to pick a committee of 7 if

- (a) Ana and Bob will not serve together,
- (b) at least one woman must be chosen.



## Matematyka i sztuka

Trudno sobie wyobrazić dzień w którym nie potrzebowalibyśmy matematyki. Kiedy planujemy swoje finanse, grafiki, na zakupach, gotując, remontując i rozwiązując codzienne problemy – potrzebujemy matematyki.

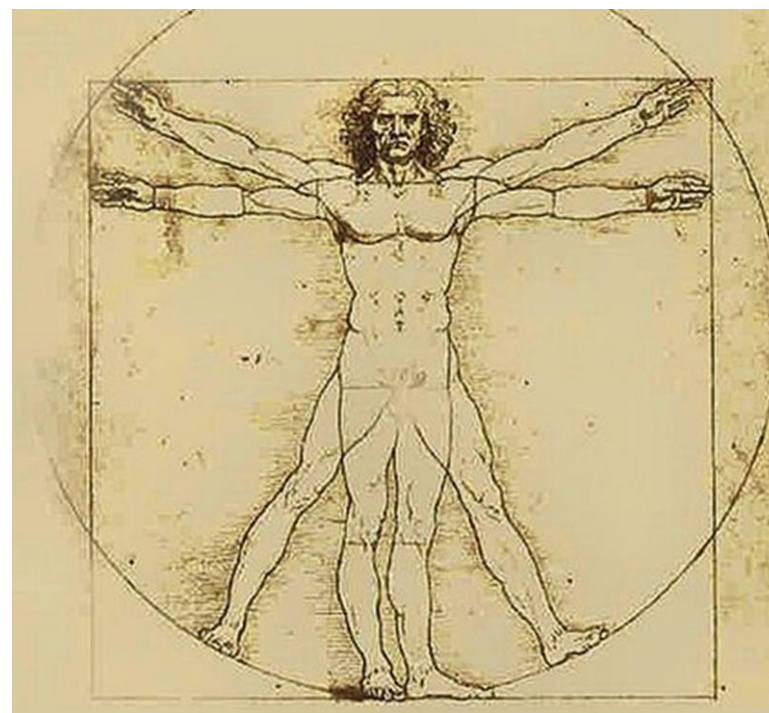
Matematykę i sztukę można porównać do nierozdzielnej pary. Wiele jest zbieżności i rozbieżności, które pokazują tę relację.



## Mathematics and Art

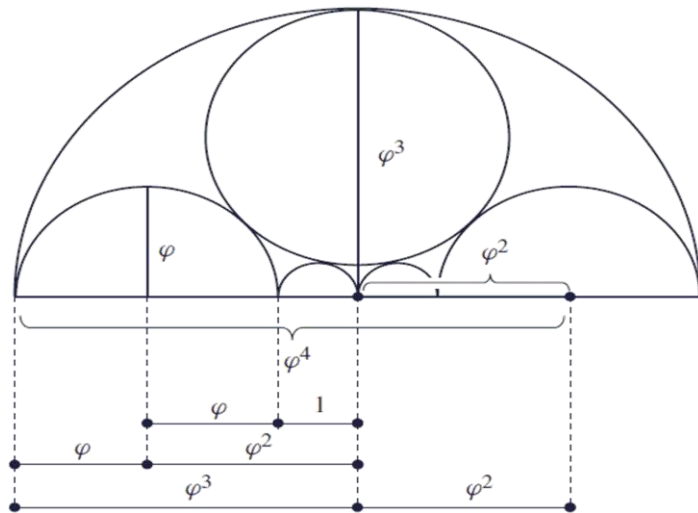
It is hard to imagine a day without needing mathematics. When planning our own finance and timetables, at the sales, cooking, renovating and solving everyday problems you need maths.

**Mathematics** and **Art** can be considered an indissoluble couple; in fact, there are numerous convergences and divergences that can show this connection.



W epoce renesansu w nurcie sztuki zwanym figuratywizmem, studiowano właściwe proporcje ciała i traktowano je jako punkt odniesienia, jako odzwierciedlenie perfekcji stworzenia. Renesansowi artyści musieli mieć niebywałe umiejętności techniczne i wiedzę zaczerpniętą z matematyki, geometrii, optyki.

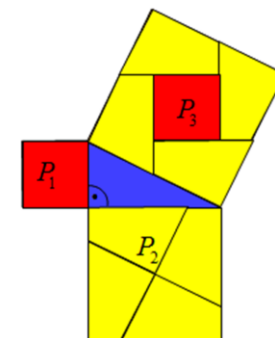
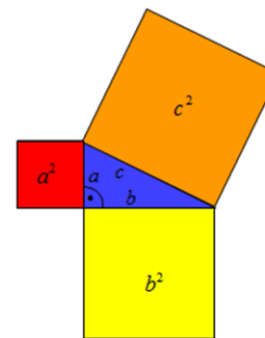
„Geometria ma dwa olbrzymie skarby: jednym z nich jest twierdzenie pitagorasa; drugi to złoty podział odcinka. Pierwszy może być porównany do złotego przedmiotu; drugi do cennego klejnotu”



In the **Renaissance**, in the **figurative arts** the correct proportions of the human body are studied, considered as a reference point for all things, as a mirror of the perfection of creation.

The **Renaissance artists** had to possess remarkable technical skills and notions related to the disciplines related to art such as **Mathematics, Geometry and Optics**.

"Geometry has two great treasures: one is the pythagorean theorem; the other is the golden ratio of a segment. The first may be compared to a golden object; the second is a precious jewel "



W celu poszukiwania i tworzenia piękna, koniecznym było odnalezienie właściwej relacji liczbowej pomiędzy częściami jakiegoś obiektu lub ludzkiego ciała.



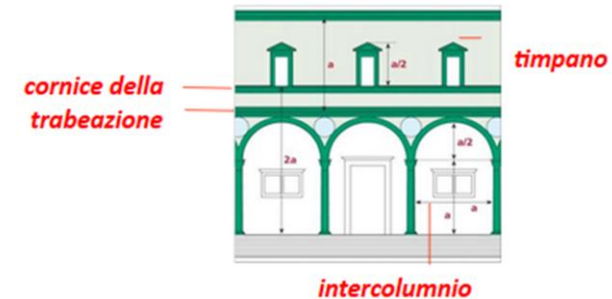
**Filippo Brunelleschi** (1377-1446) biegły w fachu florencki architekt, miłośnik matematyki, malarstwa i rzeźby, zainteresowany był takim proporcjami, właściwie w **Spedale degli Innocenti** stosuje bardzo przejrzystą zasadę modułową opartą na prostej logice geometrycznej.

Ideał piękna wyrażony przez Brunelleschiego jest ściśle związany z estetyczną zasadą klasycznej miary, z porządkiem między częściami zapewnionym przez przyjęcie formy, to znaczy z pomiarami odniesienia, które dla wielokrotności i podwielokrotności określają wymiary razem.



To seek and create beauty, it was necessary to identify the right numerical relationships between the parts of an object or the human body.

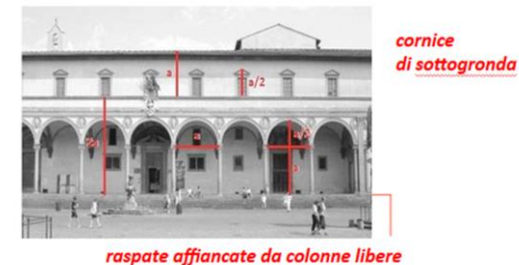
**Filippo Brunelleschi** (1377-1446) skilled Florentine architect, lover of Mathematics, painting and sculpture, was interested in such proportions, in fact in **Spedale degli Innocenti** he applies a very clear modular principle based on a simple geometric logic.



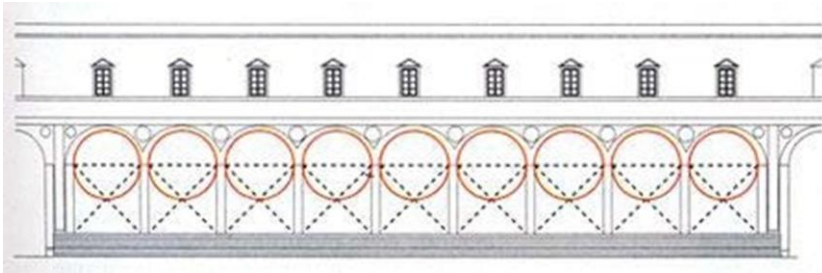
The ideal of beauty expressed by Brunelleschi is closely linked to the aesthetic principle of the classical measure, to the order between the parts guaranteed by the adoption of the form, that is of reference measurements which, for multiples and sub-multiples, determine the dimensions of the 'together.

Spedale degli Innocenti

Filippo Brunelleschi  
(1377-1446)

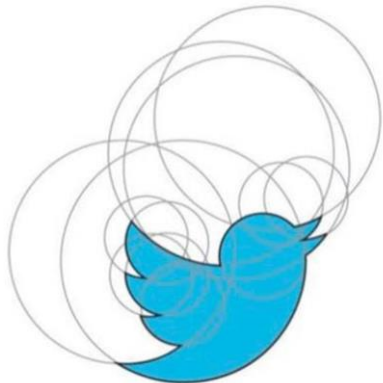


Odległość między podłogą a ramą belkowania jest dwa razy większa, aniżeli wysokość kolumny. Zewnętrzny grzbiet łuku, od wewnętrznej linii okapu dzieli odległość równa wysokości kolumny. Połowa wysokości kolumn stanowi ogólny rozmiar okien od progu do wierzchołka tympanonu.



### Praktyczne zastosowanie matematyki w projektowaniu znaków graficznych

Ptaszek Twittera został zaprojektowany poprzez nakładające się okręgi o średnicy równej ciągowi Fibonacciego.



The distance between the **floor** and the **frame of the entablature** is equal to twice the height of the **column**. At this height there is also the distance between the extrados of the **architrave** and the intrados of the under-eave frame. Half the height of the columns constitutes the overall size of the windows from the sill to the **vertex of the tympanum**.

Si definisce **sezione aurea** di un segmento **AB** la parte di segmento che e' media proporzionale fra tutto il segmento e la parte che resta:

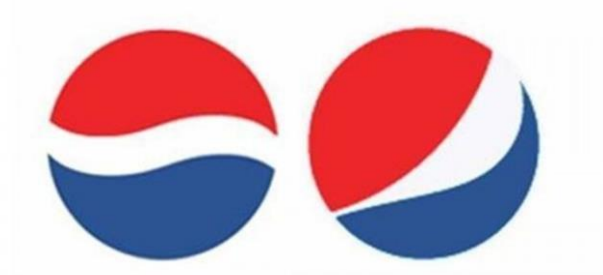
$$AB : AC = AC : CB$$

Cioe' devi dividere il segmento con un punto **C** tale che il segmento **AC** stia in mezzo nella proporzione tra tutto il segmento ed il pezzetto **CB** che resta

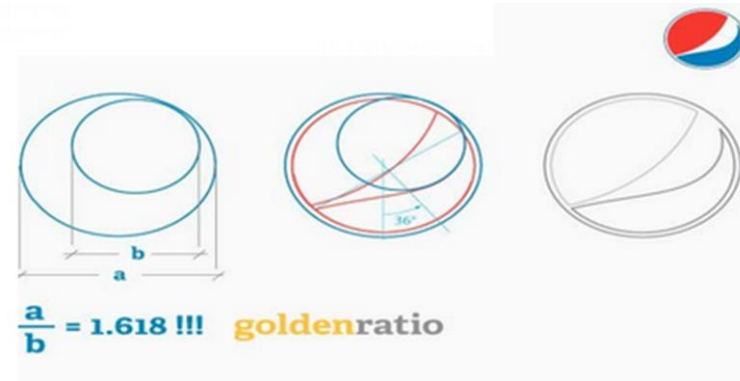


The Twitter **bird** was built by overlapping circumferences having diameters equal to numbers in the **Fibonacci sequence**

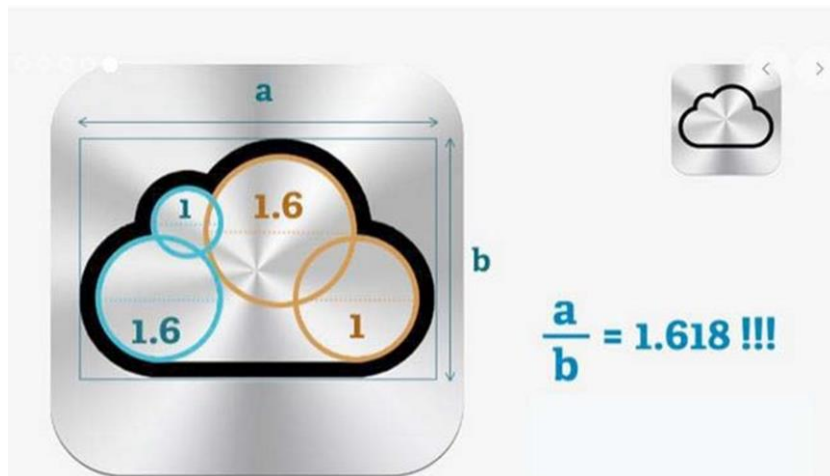
Logo Pepsi Coli jest również stworzone z harmonijnych i „złotych” kształtów geometrycznych.



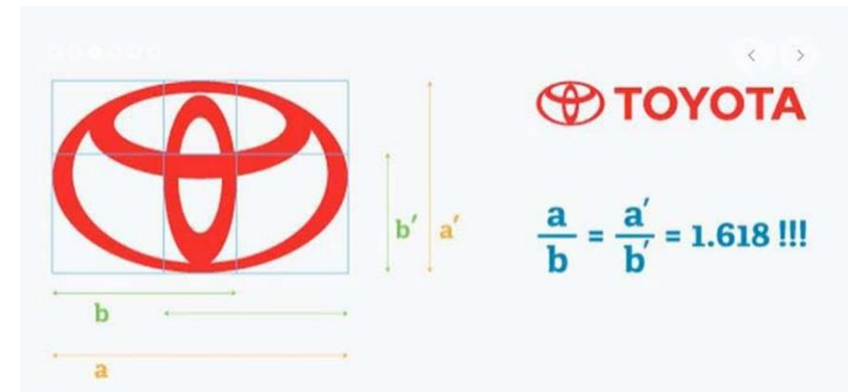
The Pepsi Cola logo is also composed of some harmonious and "golden" geometric shapes



Symbol icloud jest zamknięty w złotym prostokącie a średnice okręgów, które go tworzą odzwierciedlają złotą proporcję.



The **icloud** symbol is enclosed in a golden rectangle and diameters of the circumferences that generate it are in the golden ratio.



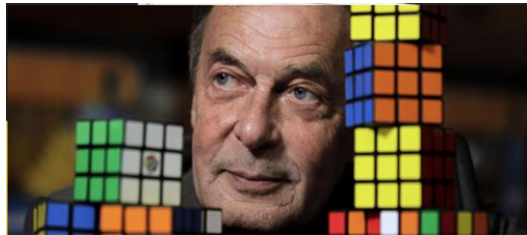
Kończymy na tym sugestywnym obrazie wstążek i sfer, który czyni nasz spacer celowym: spacer Moebiusa; ponownie skłaniając nas do zastanowienia się nad tajemniczą, uwodzicielską więzią, która łączy matematykę i sztukę!



And we conclude with this suggestive image of ribbons and spheres that makes it even on purpose our walk: a walk of Moebius; pushing us once again to reflect on the mysterious and seductive bond that unites Maths and Art!



## Historia kostki Rubika



Kostka Rubika przyciąga ludzi od ponad 40 lat.  
Została stworzona w 1974 roku i jest najlepiej sprzedającą się zabawką.

**Ernő Rubik**, profesor z Budapesztu na Węgrzech, chciał pomóc swoim studentom w zrozumieniu przestrzeni. Jak to zrobić?  
Tworząc kostkę Rubika!



1944 - Ernő Rubik urodził się w Budapeszcie na Węgrzech



1974 - Rubik stworzył pierwszy działający prototyp kostki.  
1975 - Rubik uzyskał patent „Magicznej Kostki”



1977 - Pierwsza „Magiczna Kostka” zostaje sprzedana w sklepie z zabawkami w Budapeszcie.  
1980 - „Magiczna Kostka” zostaje przemianowana na „Kostkę Rubika”.



1982 - Pierwsze Mistrzostwa Kostki Rubika



2005 - Kostka obchodzi swoją 25-tą rocznicę ze specjalnym wydaniem pakietu

## The History of the Rubik's Cube



The **Rubik's Cube** has been attracting people for over 40 years.  
It was created in 1974 and is the world's best-selling toy ever!

**Ernő Rubik**, a professor from Budapest in Hungary, wanted to help his students understand three-dimensional problems. His solution? The Rubik's Cube!



1944 - Ernő Rubik was born in Budapest, Hungary



1974 - Rubik creates the first working prototype of the cube.  
1975 - Rubik patents the 'Magic Cube'



1977 - The first 'Magic Cube' is sold in a Budapest toyshop.  
1980 - The 'Magic Cube' is renamed the 'Rubik's Cube'.



1982 - The first annual International Rubik's Championships are held



2005 - The Cube celebrates its 25<sup>th</sup> Anniversary with a special pack edition


Kostka Rubika jest bardzo popularną zabawką logiczną, wymagającą pewnej sekwencji ruchów, algorytmów, aby ją ułożyć.

Matematycy darzą ją szczególnym zainteresowaniem, gdyż reprezentuje abstrakcyjne koncepcje algebry takie jak teoria grup, będąc jednocześnie dotykalnym, fizycznym przedmiotem.

**Kostka Rubika, a matematyka**

Zabawka jest dostępna w 4 różnych wersjach:  $2 \times 2 \times 2$  (kieszonkowa),  $3 \times 3 \times 3$  (Kostka Rubika),  $4 \times 4 \times 4$  (Zemsta Rubika), and  $5 \times 5 \times 5$  (Kostka Profesora).

Celem zabawy jest przywrócenie pierwotnego ułożenia – na każdej stronie wszystkie kwadraty w jednym kolorze. W wersji kostki  $3 \times 3 \times 3$  możliwych jest 43.252.003.274.489.856.000 kombinacji, nie uwzględniając obrotów 6 centralnych kwadratów, z których tylko jeden jest poprawny.



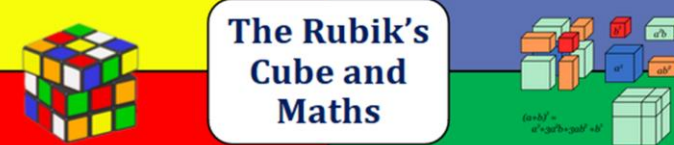
Rubik's cube is a widely popular mechanical puzzle that requires a series of movement sequences, or algorithms, in order to be solved

That is why it is an interesting object for mathematicians because it represents, through a physical object, abstract algebra concepts such as group theory

**The Rubik's Cube and Maths**

The puzzle is available in 4 different versions:  $2 \times 2 \times 2$  (Pocket Cube),  $3 \times 3 \times 3$  (Rubik's Cube),  $4 \times 4 \times 4$  (Rubik's Revenge), and  $5 \times 5 \times 5$  (Professor's Cube).

The aim of the game is to go back to the original position of the cube to have an equal color for each face. The cube, in the  $3 \times 3 \times 3$  version, can take as many as 43.252.003.274.489.856.000 of possible combinations, without considering the rotations of the 6 central facets, of which only one is correct.



### Sześciiany na krawędziach



Sześciiany z dwoma kolorami - 12 sześcianów umiejscowionych w środkowych rzędach.

### Edge Pieces



Pieces with two (2) colours. There are twelve (12) edge pieces located in the middle rows.



### Rogowe sześciiany



Sześciiany z trzema kolorami – 8 sztuk umiejscowionych na rogach.

### Corner Pieces



Pieces with three (3) colours. There are eight (8) corner pieces located on the corners.

### Sześciiany środkowe



Sześciiany z jednym kolorem znajdujące się w środku każdej strony kostki, sześciiany środkowe nie ruszają się i reprezentują kolor swojej strony.  
Sześciiany środkowe leżą naprzeciw siebie:  
BIAŁY naprzeciw ŻÓŁTEGO  
POMARAŃCZOWY naprzeciw CZERWONEGO  
ZIELONY naprzeciw NIEBIESKIEGO

### Centerpieces



Pieces with one colour. There are six centerpieces located in the centre of each side, centre pieces DO NOT MOVE and represent the colour of their side.  
Centerpiece colours are always opposite each other:  
WHITE opposite YELLOW  
ORANGE opposite RED  
GREEN opposite BLUE

### Ściany kostki

Każda strona kostki jest reprezentowana przez jedną literę.



**R** = Right Face - Right side of the cube



**L** = Left Face - Left side of the cube



**U** = Up Face - Top side of the cube



**D** = Down Face - Bottom side of the cube



**F** = Front Face - Front side of the cube



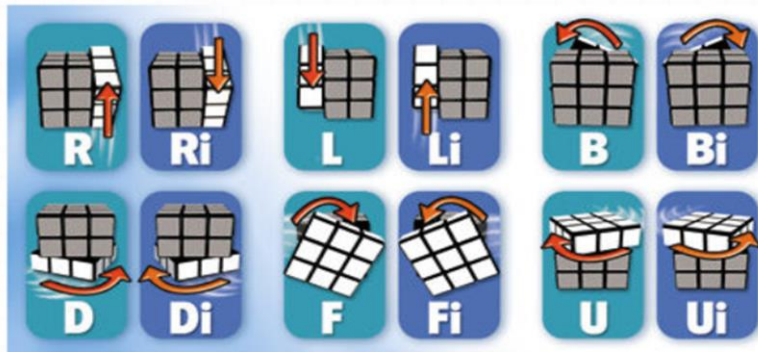
**B** = Back Face - Back side of the cube

### Obracanie kostki

Litera po której jest „i” oznacza obrót oznaczoną przez nią ścianą w kierunku odwrotnym do wskazówek zegara, do wewnątrz.

**Bardzo ważne!**

Wykonując poniższe ruchy, przytrzymaj kostkę przednią stroną z logo na górze, jak pokazano. Ciemnoszary na zdjęciach oznacza, że kolor nie ma znaczenia. Każdy ruch to **obrót o 1/4 obrotu**.



### Sides of the Cube

Each side of the cube is represented by a letter.



**R** = Right Face - Right side of the cube



**L** = Left Face - Left side of the cube



**U** = Up Face - Top side of the cube



**D** = Down Face - Bottom side of the cube



**F** = Front Face - Front side of the cube



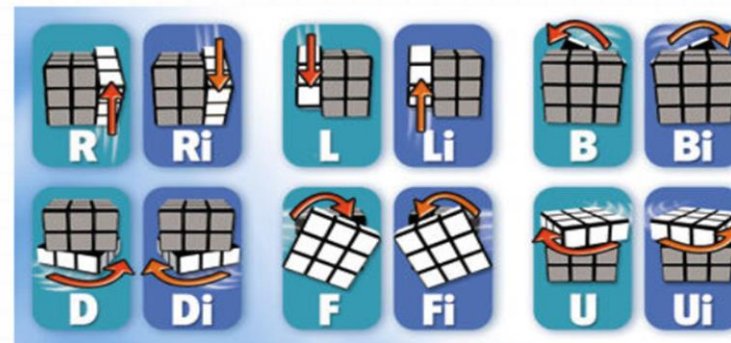
**B** = Back Face - Back side of the cube

### Twisting the Cube

A letter with an "i" after means an inverted or counter-clockwise move when looking at the face directly.

**Very Important!**

When making the moves below, hold your cube full-face front with logo on top as shown. Dark grey on the pictures means the color does not matter. Each move is a **1/4 turn rotation**.



### *Get to know your Rubik's Cube*

This video provides a basic understanding of the Rubik's cube and will set you up nicely for the rest of the video guides. This stuff is really important, so listen up and let's get started.

[https://youtu.be/DpUG5c\\_KDFc](https://youtu.be/DpUG5c_KDFc)



## *Pałac królewski w Casercie*

### **Zadanie 1**

Pałac królewski w Casercie ma prostokątną podstawę o długości 249 metrów i szerokości 189 metrów. Wysokość pałacu wynosi około 38 metrów. Oprócz budynku tworzącego zewnętrzny prostokątny obwód, wewnątrz znajdują się 2 budynki krzyżujące się ze sobą i dzielące wewnętrzny dziedziniec na 4 takie same wewnętrzne dziedzińce o powierzchni około  $3800\text{m}^2$ .

Oblicz objętość całego budynku.

### **Zadanie 2**

Pałac królewski w Casercie ma prostokątną podstawę o długości 249 metry i szerokości 189 metrów.

Oprócz budynku skonstruowanego na obwodzie prostokąta, wewnątrz tego prostokąta znajdują się jeszcze dwa budynki krzyżujące się ze sobą i tworzące w ten sposób cztery wewnętrzne dziedzińce o powierzchni  $3800\text{m}^2$ .

Biorąc pod uwagę, że całkowita objętość tego obiektu wynosi  $1210718\text{m}^3$ , oblicz jego wysokość.

## *The Royal Palace of Caserta*

### **Problem n. 1**

The Royal Palace of Caserta has a rectangular base of about 249 mt. long and 189 mt. wide, and has a height of about 38 mt. In addition to the rectangular perimeter construction, the building has, inside the rectangle, two buildings that cross each other to form four large internal courtyards of about  $3800\text{m}^2$ .

Calculate the volume of the entire building.

### **Problem n. 2**

The Royal Palace of Caserta has a rectangular base about 249 mt. long and 189 mt. wide.

In addition to the rectangular perimeter construction, the building has, inside the rectangle, two buildings that cross each other to form four large internal courtyards of about  $3800\text{m}^2$ .

Considering that the total volume of the structure is  $1210718\text{m}^3$ , calculate its height.



*Pałac królewski w Casercie  
i zimowe przesilenie*

Pałac królewski w Casercie znajduje się na szerokości  $41^{\circ}04'24''$ . Jego oś podłużna w stosunku do północy, jest odchylna o około  $4^{\circ}$  na wschód, a jego wysokość wynosi około 68 metrów n.p.m.

Na tej szerokości geograficznej słońce, w łuku jego pozornego ruchu na niebie w ciągu roku, góruje na wysokości  $72^{\circ}22'$  około dnia 21.06. Najniższą wysokość –  $25^{\circ}29'$  osiąga około dnia 21.12 co koresponduje z przesileniem zimowym.

Pałac na wysokość około 45 metrów od poziomu ziemi. Jego dach ma kąt nachylenia do płaszczyzny poziomej około  $25^{\circ}$ , co stanowi taki sam kąt jaki osiąga słońce podczas przesilenia zimowego.

Ta zbieżność kątów jest czymś unikatowym ponieważ, aż do przesilenia zimowego słońce znajduje się poniżej grzbietu dachu i nie jest widoczne z wewnętrznych dziedzińców. Zaraz po przesileniu zaczyna oświetlać wejścia łączące dziedzińce i Park Królewski.



*The Royal Palace of Caserta  
and the Winter Solstice*

The Royal Palace of Caserta is located at a latitude of  $41^{\circ}04'24''$ ; its longitudinal axis has, compared to the north, a deviation of about  $4^{\circ}$  to the east and the altitude is about 68 m / slm. (Fig. 1)

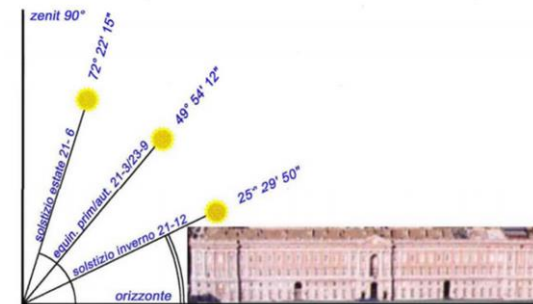


Uważa się, że było to celowy zabieg Vanvitellogo, gdyż mimo geometrycznej precyzji wszystkich płaszczyzn pionowych i poziomych pałacu i zastosowania zasady złotego podziału, kąt nachylenia dachu mógł być inny. W rzeczywistości, kąt nachylenia dachu jest związany z ilością opadów deszczu i zapewnieniem ich bezpiecznego odprowadzenia przez systemy rur odpływowych. Jednak takie wyłącznie techniczne wyjaśnienie nie odpowiada na pytanie, dlaczego uzyskany tam kąt jest dokładnie taki sam jaki osiąga słońce w czasie zimowego przesilenia. Możemy więc przychylić się do „oświeconego” rozumowania za takim wyborem konstrukcyjnym, które mogło być zainspirowane powrotem światła emanującego od słońca, co było świętowane zarówno przez Celtów, jak i starożytnych Rzymian. Zgodnie z powyższym możemy przyjąć, iż z momentem przesilenia zimowego Słońce na nowo się rodzi, a pałac w Casercie powraca do życia.

#### Problemy ze Złotym Odcinkiem

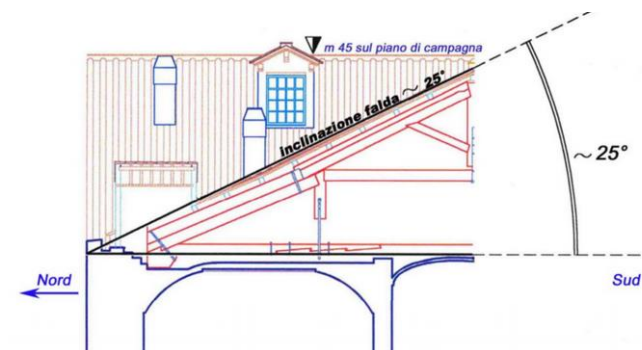
1. Oblicz długość złotego odcinka dla boku podstawy prostokąta (249 metrów), który przedstawia podstawę Pałacu Królewskiego w Casercie.
2. Ustal wielkość złotego prostokąta (długość i szerokość) tak, aby jego powierzchnia wynosiła  $1,5 \text{ cm}^2$  (wymiary prostokąta:  $1,558 \text{ cm}$ ;  $0,963 \text{ cm}$ )

At this latitude the sun, in the arc of its apparent motion in the sky during the year, reaches a maximum elevation on the horizon of  $72^\circ 22' 15''$  around 21-06, coinciding with the summer solstice, and a minimum of  $25^\circ 29' 50''$  around 21-12, coinciding with the solstice winter. (Fig. 2)



Altezza del sole sull'orizzonte nei momenti significativi dell'anno, rilevata alle ore 12 a Caserta - Reggia (latitudine  $41^\circ 04' 24''$ )

The Palace has a height, at the height of the roofs, of about 45 meters compared to the country level and the roof pitches themselves have an inclination of about  $25^\circ$  from the horizontal plane, that is, the same angle which, as said before, reaches the sun at the winter solstice. (Fig. 3)



Sezione trasversale Nord - Sud della Reggia con l'indicazione dell'angolo di inclinazione della falda.



This equality is truly unique because until the date of the solstice the sun is beyond below the ridge line of the roofs for which it is not visible from the Courtyards of the Palace, but immediately after it begins to appear and to illuminate the entrances that connect the courtyards between them and with the Royal Park. It is thought that the choice was wanted by Vanvitelli because, beyond the geometric precision of all the vertical and horizontal construction elements of the Palace and of the use expert of the Golden Section, the inclination of the stratum could have also been different. In fact, the angle is essentially linked to the amount of rain that falls and its intensity, to ensure that the rainwater has - in relation to the considerable planimetric dimensions of the roofs - times of corrivation such that it can be conveniently disposed of drainage and downpipes. But this technical assessment alone is not enough to explain why the pitch angle of the pitches is exactly the same as that achieved by the sun at the winter solstice, so we are inclined to lean towards an "enlightened" rationality of the choice that it may have been inspired by the return of the light emanating from the sun, as celebrated both by the Celtic and the saturnal rites of ancient Rome. Therefore it can be affirmed that "with the winter solstice the Sun is reborn and the Royal Palace of Caserta revives.

#### Problems on the Golden Section

1. Calculate the length of the golden section of the base side (249 mt.) of the rectangle that represents the base of the Royal Palace of Caserta.
2. Determine the size of a golden rectangle so that its area measures  $1.5 \text{ cm}^2$  (R. 1,558 cm; 0,963 cm).

## Fraktale

Fraktal to zbiór matematyczny, który ma wymiar fraktalny, który zwykle przekracza jego wymiar topologiczny i może mieścić się między liczbami całkowitymi. Fraktale są zwykle samopodobnymi wzorami, gdzie samopodobne oznaczają, że są „takie same z bliska jak z daleka” Fraktale mogą być dokładnie takie same w każdej skali lub jak pokazano na rycinie 1, mogą być prawie takie same w różnych skalach. Definicja fraktala wykracza poza samopodobieństwo jako takie, wykluczając trywialne samopodobieństwo i obejmując ideę powtarzającego się szczegółowego wzoru.



## Fractals

A fractal is a mathematical set that has a fractal dimension that usually exceeds its topological dimension and may fall between the integers. Fractals are typically self-similar patterns, where self-similar means they are "the same from near as from far" Fractals may be exactly the same at every scale, or as illustrated in Figure 1, they may be nearly the same at different scales. The definition of fractal goes beyond self-similarity per se to exclude trivial self-similarity and include the idea of a detailed pattern repeating itself.

As mathematical equations, fractals are usually nowhere differentiable, which means that they cannot be measured in traditional ways. An infinite fractal curve can be perceived of as winding through space differently from an ordinary line, still being a 1-dimensional line yet having a fractal dimension indicating it also resembles a surface.

There is some disagreement amongst authorities about how the concept of a fractal should be formally defined. The general consensus is that theoretical fractals are infinitely self-similar, iterated, and detailed mathematical constructs having fractal dimensions, of which many examples have been formulated and studied in great depth Fractals are not limited to geometric patterns, but can also describe processes in time. Fractal patterns with various degrees of self-similarity have been rendered or studied in images, structures and sounds and found in nature, technology, and art.



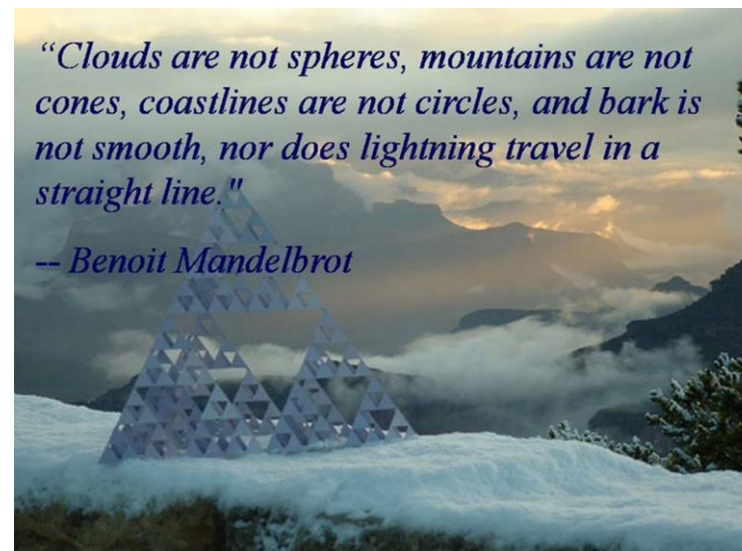
Jako równania matematyczne fraktale zwykle nigdzie nie są rozróżnialne, co oznacza, że nie można ich mierzyć w tradycyjny sposób. Nieskończona krzywa fraktalna może być postrzegana jako wijąca się w przestrzeni inaczej niż zwykła linia, wciąż będąca linią jednowymiarową, ale mająca wymiar fraktalny wskazujący, że również przypomina powierzchnię.

W gronie autorytetów matematycznych istnieje pewna różnica zdań co do formalnego zdefiniowania pojęcia fraktala. Generalnie przyjmuje się, że teoretyczne fraktale są nieskończenie podobne do siebie, powtarzane. Ze szczegółowych konstrukcji matematycznych o wymiarach fraktalnych zostało sformułowanych wiele przykładów, dogłębnie zbadanych. Fraktale nie są ograniczone do wzorów geometrycznych, ale mogą również opisywać procesy w czasie. Wzory fraktalne o różnym stopniu podobieństwa do siebie zostały przedstawione lub zbadane na obrazach, strukturach i dźwiękach oraz znalezione w naturze, technologii i sztuce.

Matematyczne korzenie idei fraktali zostały prześledzone w opublikowanych pracach, zaczynając od XVII wieku od pojęć rekurencji, a następnie przechodząc przez coraz bardziej rygorystyczne matematyczne podejście do tej koncepcji, do badania ciągłych, ale nieróżniących się funkcji w XIX w., przez powstanie słowa „fraktal” w XX w., do wzrostu zainteresowania fraktalami i modelowaniem komputerowym w XXI wieku. Termin „fraktal” został po raz pierwszy użyty przez matematyka Benoîta Mandelbrota w 1975 r. Mandelbrot oparł go na łacińskim *frāctus*, co oznacza „złamany” lub „pęknięty”, i użył go do rozszerzenia pojęcia teoretycznych wymiarów ułamkowych na wzory geometryczne w przyrodzie.



The mathematical roots of the idea of fractals have been traced through a formal path of published works, starting in the 17th century with notions of recursion, then moving through increasingly rigorous mathematical treatment of the concept to the study of continuous but not differentiable functions in the 19th century, and on to the coining of the word fractal in the 20th century with a subsequent burgeoning of interest in fractals and computer-based modelling in the 21st century. The term "fractal" was first used by mathematician Benoît Mandelbrot in 1975. Mandelbrot based it on the Latin *frāctus* meaning "broken" or "fractured", and used it to extend the concept of theoretical fractional dimensions to geometric patterns in nature.



*"Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line."*

*-- Benoit Mandelbrot*

