

Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych

Katowice



Somma Vesuviana



Râmnicu Vâlcea



Erasmus+

Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych



Współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+

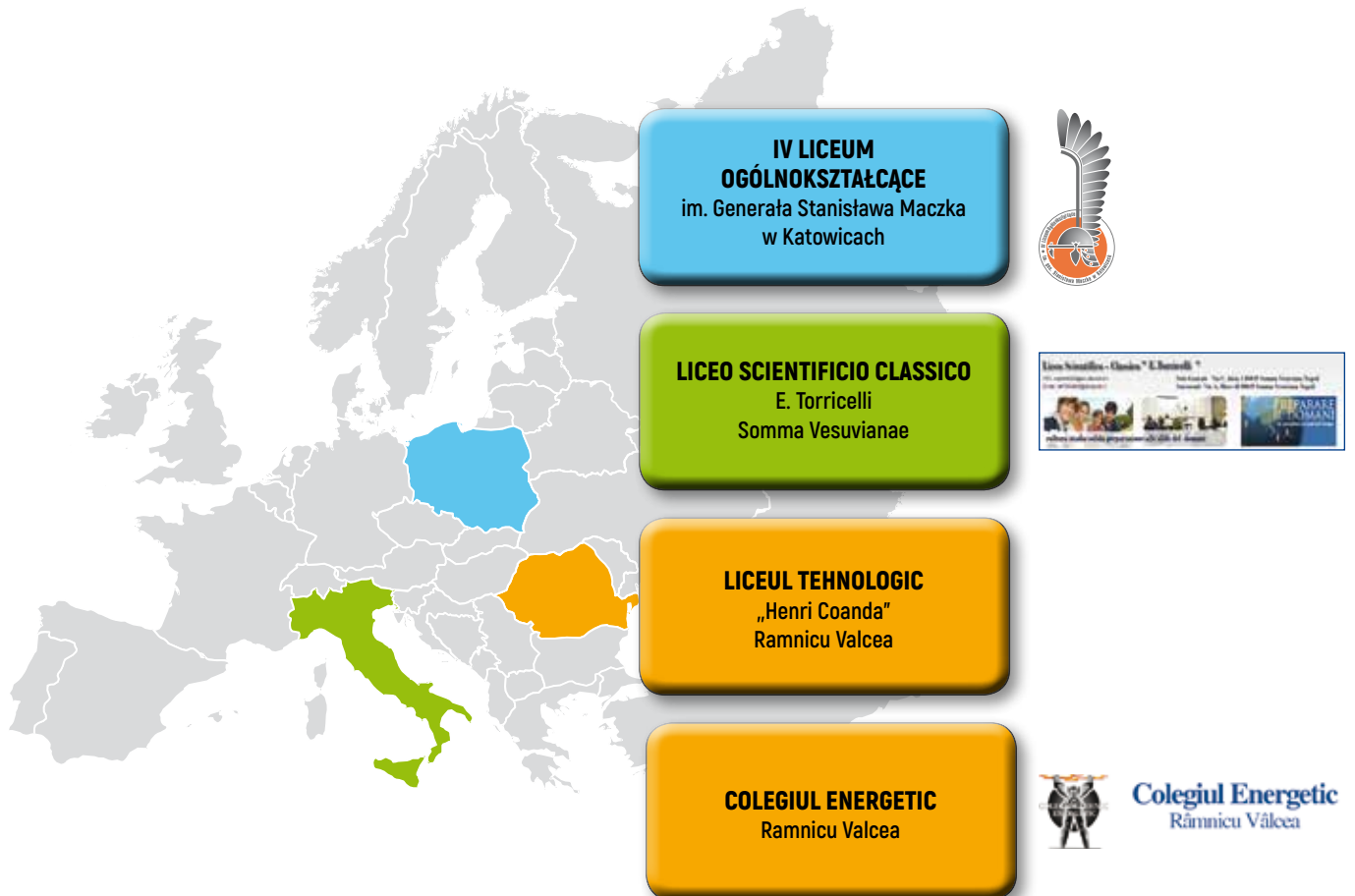


Erasmus+

Koordynator projektu:

**IV Liceum Ogólnokształcące
im. Generała Stanisława Maczka w Katowicach**

Szkoły biorące udział w projekcie:



Projekt realizowany w terminie: 01.09.2017 r. – 31.08.2019 r.

Współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+
w ramach akcji KA2 partnerstwa strategiczne – współpraca szkół

Współfinansowany w ramach programu Unii Europejskiej Erasmus+



Zespół projektowy polski:

Katarzyna Ziemiec
Katarzyna Trajdos
Lucyna Pawłowska
Kinga Paulewicz-Sopala
Elżbieta Bożek



Zespół projektowy rumuński:

09.2017 – 09.2018
*Liceul Tehnologic Henri Coanda
Ramnicu Valcea*

Emilia Paraschiv
Ligia Nichita
Mariana Tanasescu
Maria Vasilescu
Nicolae Chişavu
Lăcrămioara Zamfir
Elena Titoiu

09.2018 – 31.08.2019
Colegiul Energetic

Simion Mihăiță Constantin
Marica Mariana
Matei Marilena
Diaconescu Carmen
Țenea Codruța
Bîrzescu Cătălin
Tițoiu Elena
Zamfir Lăcrămioara
Udrescu Ana Maria
Paraschiv Emilia



Zespół projektowy włoski:

Speranza Rosa D'Alessandro
Francesco Orsini
Concetta Prota
Attilia D'Avino
Maria Menichini;
Antonio Iorio
Carla Cianciulli

Autorzy:

Katarzyna Trajdos: I. 2; II. 1. 1; II. 2. 1; II. 3. 1; II. 4. 1; II. 5. 1; II. 6. 1
Kinga Paulewicz-Sopala: I.1.1

Tłumaczenie:

Lucyna Pawłowska: I. 1.2; I.1.3; II.1.2; II.1.3; II.2.2; II.3.2; II.4; III
Kinga Paulewicz-Sopala: II.1.1; I.2; II.2.1; II.3.1; II.5.1; II.6.1;

Romanian Team: I.1.3; II.1.3; II.2.2; II.3.2; II.4.2, III
Italian Team: II.1.2; I.1.2

Projekt Erasmus+, akcja KA2 "Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych" był realizowany od 01.09.2017 r. do 31.08.2019 r.

Szkoły uczestniczące w projekcie:

- IV Liceum Ogólnokształcące im. Generała Stanisława Maczka w Katowicach
- Liceo Classico E. TORRICELLI w Somma Vesuviana we Włoszech,
- Liceul Tehnologic Coanda w pierwszym roku projektu, a następnie Colegiul Energetic, obie szkoły z Ramnicu Valcea w Rumunii.

Efektywna współpraca szkół projektowych zaowocowała osiągnięciem wszystkich celów projektu:

- wśród uczniów:
 - Podniesieniem kompetencji matematycznych,
 - Rozwojem umiejętności TIK,

- Podwyższeniem poziomu sprawności posługiwania się językiem angielskim
- Zbudowaniem pozytywnego nastawienia do uczenia się matematyki

wśród nauczycieli:

- Zdobyciem wiedzy na temat metod aktywizujących, metody projektu, gamifikacji w nauczaniu matematyki oraz projektów eTwinning
- Nabyciem umiejętności posługiwania się ww.metodami
- Podwyższeniem poziomu sprawności posługiwania się językiem angielskim,
- Rozwojem umiejętności stosowania TIK
- Uzyskaniem doświadczenia pracy z uczniami z różnych kręgów kulturowych
- Wzbogaceniem warsztatu pracy o nowe metody pracy

SPIS TREŚCI

ROZDZIAŁ I	Jak nas motywować?	6
I.1	Wnioski z analiz badania sondażowego uczniów na wstępie, dotyczącego stosowania dobrych praktyk.....	6
I.2	Efekty wdrażania działań projektowych według opinii uczniów oraz wnioski z obserwacji pracy szkół partnerskich	13
ROZDZIAŁ II	Rozwijanie kompetencji matematycznych z wykorzystaniem nowoczesnych i aktywizujących metod nauczania	15
II.1	Zadania matematyczne z kontekstem realistycznym.....	15
II.2	Katalog pomysłów do pracy metodą projektu.....	23
II.3	Metody aktywizujące na lekcjach matematyki	31
II.4	Wykorzystanie projektów eTwinning jako metody pracy w rozwijaniu kompetencji matematycznych i informatycznych.....	52
II.5	GeoGebra jako narzędzie aktywizujące na lekcjach matematyki.....	55
II.6	Konkursy matematyczne	55
ROZDZIAŁ III	Wnioski i rekomendacje	57

ROZDZIAŁ I

Jak nas motywować?

I.1

Wnioski z analiz badania sondażowego uczniów na wstępie, dotyczącego stosowania dobrych praktyk

POLSKA

„Dobre praktyki w nauczaniu matematyki” Analiza ankiety dla uczniów

WYNIKI

Ankieta dla uczniów składała się z 16 pytań zamkniętych i 1 pytania otwartego.

Na lekcji matematyki:

- 1. utrzymanie dyscypliny przez nauczyciela, porządek i cisza powodują, że lepiej jest mi się skupić*

Według badania znaczna większość uczniów (80%) przyznaje, że dyscyplina na lekcjach matematyki jest bardzo ważnym czynnikiem, który pomaga im się lepiej skoncentrować na nauczonym materiale. 11% uczniów nie ma na ten temat zdania, a tylko 9% uczniów nie zgadza się z tym stwierdzeniem.

REKOMENDACJE

Priorytetem nauczyciela powinno być utrzymanie dyscypliny podczas lekcji. Nauczyciele matematyki powinni przeprowadzić w swoim zespole rozmowy na temat najskuteczniejszych sposobów zachowania dyscypliny podczas lekcji. Spokój i cisza wydają się być kluczowym elementem w każdym procesie nauczania.

- 2. nauczyciel powinien odwoływać się do przykładów z życia codziennego, żeby uczeń lepiej rozumiał materiał*

Przeważająca większość uczniów (90%) twierdzi, że nauczyciel powinien odwoływać się do przykładów z życia codziennego. Jednocześnie 10% ankietowanych nie ma zdania na ten temat.

REKOMENDACJE

Nauczyciele powinni odwoływać się do przykładów z życia codziennego, aby uczeń mógł dostrzec związek między treściami matematycznymi nauczonym na lekcji a sposobami ich wykorzystywania w codziennym życiu. Dzięki temu uczniowie nie będą się nudzić i lepiej zrozumieją nauczany materiał. Nauczyciele matematyki powinni dzielić się między sobą doświadczeniami jak skutecznie nauczać.

- 3. lubię słuchać ciekawostek matematycznych, bo one rozwijają moje zainteresowanie matematyką, wprowadzanym materiałem*

Tę opinię podziela 67% respondentów, a 20% uczniów nie ma zdania na powyższy temat.

REKOMENDACJE

Aby młodzi ludzie byli zainteresowani, aktywni i chętni do udziału w lekcji, rzeczą cenną będzie dostarczenie uczniom ciekawostek dotyczących matematyki. Może to przerwać rutynę i rozwinąć ich zainteresowanie matematyką.

4. jasny i zrozumiały język stosowany przez nauczyciela pomaga mi zrozumieć wprowadzany materiał

Prawie wszyscy uczniowie (98%) doceniają, kiedy nauczyciel używa prostego i zrozumiałego języka.

REKOMENDACJE

Nauczyciele powinni używać jasnego i zrozumiałego języka podczas wprowadzania nowych treści, ponieważ pomaga to uczniom w ich lepszym zrozumieniu. Pomaga również w utrzymaniu dobrego kontaktu między nauczycielem a uczniem. Trudne terminy matematyczne powinny być zawsze dokładnie wyjaśniane.

5. stosowanie przez nauczyciela technik zapamiętywania odwołujących się do wyobraźni, emocji pomaga mi zapamiętać dany materiał

Dla 79% uczniów stosowanie różnorodnych technik zapamiętywania odnoszących się do wyobraźni i emocji pomaga w zapamiętywaniu materiału. Pozostali uczniowie nie mają zdania na ten temat.

REKOMENDACJE

Nauczyciele powinni nauczyć swoich uczniów różnych technik zapamiętywania odnoszących się do wyobraźni i emocji, które pomogą w zapamiętaniu nauczanego materiału i wykorzystaniu go w przyszłości. Może to zwiększyć zaangażowanie uczniów podczas lekcji i będzie stanowić przydatną umiejętność na przyszłość.

6. pomaga mi, kiedy nauczyciel posługuje się dowcipnymi przykładami, żeby coś wytłumaczyć, lub jeśli w zadaniu tekstowym jest humor

Większość uczniów (90%) ceni zabawne przykłady używane przez nauczyciela do wyjaśniania różnych zagadnień matematycznych. Pozostali uczniowie nie mają zdania na ten temat.

REKOMENDACJE

Z uwagi na fakt, że współczesny nastolatek lubi się śmiać i opowiadać dowcipy, nauczyciel powinien podawać uczniom zabawne przykłady, które pomogą im w lepszym i szybszym zapamiętywaniu treści matematycznych. Nauczyciel powinien również pamiętać o tworzeniu miłej i przyjaznej atmosfery w klasie.

7. używanie różnych kolorów przez nauczyciela podczas zapisu na tablicy, ułatwia mi zrozumienie, lepiej jest mi się skupić

Tę opinię podziela 82% uczniów, którzy lubią, gdy nauczyciel używa różnych kolorów podczas pisania na tablicy, ponieważ pomaga im to lepiej skoncentrować się i zrozumieć dany problem. 14% nie ma zdania na ten temat.

REKOMENDACJE

Może się to wydawać bez znaczenia, ale wzory matematyczne napisane kolorowymi markerami lub kolorową kredą mogą pomóc w uporządkowaniu myśli i pomóc uczniom podążać za treścią lekcji. Nauczyciele powinni być zachęceni do używania różnych kolorów podczas pisania na tablicy, ponieważ pomaga to uczniom lepiej się skoncentrować i zrozumieć dany problem.

8. wolę rozwiązywać zadania matematyczne odwołujące się do życia codziennego

Ponad połowa uczniów (53%) twierdzi, że lubią zadania matematyczne dotyczące życia codziennego. 8% ankietowanych nie lubi, a 39% uczniów nie ma zdania na temat zadań odnoszących się do życia codziennego.

REKOMENDACJE

Nauczyciel powinien zachęcać uczniów do odwoływania się do przykładów z życia codziennego, aby uczeń lepiej rozumiał treści matematyczne. Dla uczniów, jeśli coś jest przydatne lub praktyczne, to jest równoznaczne z tym, że warto się uczyć.

9. quizy matematyczne online z wykorzystaniem własnego telefonu angażują mnie i wpływają pozytywnie na moje nastawienie do matematyki

66% respondentów twierdzi, że to prawda. 18% nie ma na ten temat zdania, a 12% się nie zgadza.

REKOMENDACJE

Uczniowie czują się przywiązani do swoich smartfonów, dlatego nauczyciele powinni wykorzystać to ich zainteresowanie i znaleźć aplikacje z różnymi quizami, które mogą być pomocne w nauce i mogą pozytywnie wpłynąć na podejście uczniów do matematyki. Nauczyciele powinni również dzielić się swoimi doświadczeniami dotyczącymi „nowości” pojawiających się na rynku. Ci, którzy czują się niepewnie, powinni poprosić o pomoc nauczyciela IT.

10. wolę rozwiązywać zadania domowe online

Opinie są podzielone. 40% respondentów nie lubi odrabiania lekcji online, a 33% uczniów nie ma nic przeciwko temu. 27% studentów nie ma na ten temat zdania.

REKOMENDACJE

Stosowanie TIK jest czynnikiem kluczowym w procesie nauczania. Nauczyciele powinni motywować i zachęcać swoich uczniów do odrabiania lekcji online. Uczniowie powinni zaczynać od prostych zadań, a następnie przechodzić do trudniejszych. Powinni być też nagradzani za ich rozwiązywanie online (w formie dodatkowych punktów lub ocen).

11. stosowanie wizualizacji zagadnień matematycznych (np. apletów geogebry) z użyciem projektora pomaga mi zrozumieć dany materiał i jest ciekawe

Według 68% uczniów to prawda. Pozostali uczniowie (29%) nie ma zdania na ten temat.

REKOMENDACJE

Aby zwiększyć zainteresowanie uczniów lekcjami, nauczyciele powinni włączyć TIK w proces nauczania. Na spotkaniach zespołu matematycznego nauczyciele powinni się wymieniać różnorodnymi aplikacjami, a osoby, które je stosują powinny zrobić szkolenie na temat sposobów ich wykorzystania.

12. warsztaty matematyczne np. z robotyki sprawiają, że bardziej interesuję się matematyką

Ponad połowa respondentów (51%) twierdzi, że warsztaty takie jak robotyka rozbudzają zainteresowanie matematyką, 29% nie ma na ten temat zdania, a 14% się nie zgadza.

REKOMENDACJE

Chociaż współczesne pokolenie jest pokoleniem „komputerowym”, nie wszyscy lubią warsztaty z robotyki. Nauczyciele powinni podkreślać wartość różnych warsztatów lub niektórych niestandardowych działań związanych z nauczaniem matematyki, wskazując przy tym uczniom różnorodne możliwości rozwijania wyobraźni i realizowania własnych pomysłów. Uczniowie, oprócz nauki konstruowania i programowania, uczą się również logicznego myślenia.

13. wykłady prowadzone przez nauczycieli akademickich rozbudzają moją ciekawość matematyką

Tę opinię podziela 37% studentów. 32% nie ma zdania, a 30% się nie zgadza

REKOMENDACJE

Należy zachęcać uczniów do uczestnictwa w zajęciach prowadzonych przez nauczycieli akademickich. Dzięki temu uczniowie mogą zobaczyć inne sposoby prowadzenia lekcji i nauczyć się innych sposobów rozwiązywania zadań matematycznych.

14. mini-projekty matematyczne pozytywnie wpływają na moje nastawienie do matematyki

Według badania 37% podziela tę opinię, 32% uczniów nie ma zdania, a 31% się nie zgadza z danym stwierdzeniem.

REKOMENDACJE

Udział uczniów w mini-projektach matematycznych może pozytywnie wpłynąć na ich podejście do uczenia się matematyki. Uczniowie często chętnie biorą udział w różnych projektach, pod warunkiem że zostaną nagrodzeni za swoją pracę. Nagrodą może być ocena lub drobna nagroda materialna. Wszelkie działania podejmowane przez uczniów mogą w znaczący sposób poprawić ich umiejętności nie tylko matematyczne, ale również umiejętności społeczne, komunikacyjne, badawcze, umiejętność myślenia i samoorganizacji.

15. kiedy jakiś uczeń prowadzi lekcję (stosowanie tzw. 'odwróconej lekcji') jestem zainteresowany i wiele z takiej lekcji wynoszę.

Ta forma uczenia się jest atrakcyjna dla 46% studentów, 30% ankietowanych nie ma na jej temat zdania, a dla 19% uczniów nie jest to dobry pomysł.

REKOMENDACJE

Nauczyciel powinien pozwolić swoim uczniom na przeprowadzanie eksperymentów typu „Lekcja odwrócona”. Może to pomóc uczniom w przezwycięzeniu nieśmiałości lub sprawdzeniu swoich umiejętności. Uczniowie powinni być zachęceni do stosowania różnego rodzaju technik i form nauczania. Mogą przy tym pokazać nauczycielowi w jaki sposób lubią się uczyć.

16. Prosimy, wypisz co sprawia, że lepiej rozumiesz wprowadzany materiał, co pomaga Ci się skupić, motywuje Cię do uczenia się matematyki (pytanie otwarte)

Odpowiedzi udzielone przez studentów to:

- wolny, klarowny i prosty sposób wyjaśniania materiału przez nauczyciela
- odpowiedni sposób wyjaśnienie materiału
- spokój i cisza w klasie
- brak presji podczas lekcji
- przydatność matematyki w życiu codziennym
- korzystanie z gier matematycznych
- indywidualne lekcje
- dodatkowe lekcje organizowane przez nauczyciela
- miła i przyjazna atmosfera
- podawanie przykładów z życia codziennego

- dobry i cierpliwy nauczyciel
- nauczyciel z pasją
- nauczyciel poświęcający swoim uczniom dużo czasu
- wiele zadań przygotowanych przez nauczyciela
- lekcje prowadzone w ciekawy sposób
- udział w lekcji
- zadania rozwiązywane na tablicy
- egzamin maturalny
- innowacyjne sposoby nauczania matematyki
- filmy naukowe na YouTube np. sos V.
- dodatkowe punkty na lekcjach matematyki
- dobre oceny
- dobrze zorganizowany system nagród i kar
- nie karanie uczniów za rzeczy, których nie potrafią zrobić

REKOMENDACJE

Niektóre odpowiedzi udzielone przez uczniów pokrywają się z pytaniami zawartymi w ankiecie np. kwestia miłej i przyjaznej atmosfery, odpowiedniego sposobu wyjaśniania materiału, ciszy i spokoju na lekcji lub zajęć prowadzonych w ciekawy sposób. Jednakże zdaniem uczniów istnieje również wiele innych czynników, które mogą pomóc w szybszej nauce lub lepszym zrozumieniu matematyki. Może to być zwracanie uwagi na przydatność matematyki w życiu codziennym, innowacyjne sposoby nauki czy też brak presji ze strony nauczyciela. W ankiecie uczniowie zwracają uwagę na potrzebę odnoszenia się do nadchodzącego egzaminu maturalnego, dobrze zorganizowanego systemu nagród i kar lub nie karania uczniów za rzeczy, których nie są w stanie zrobić. Wskazówką dla nauczycieli może być to, aby lepiej skoncentrowali się na systemie oceniania i zorganizowali proces nauczania w możliwie bezstresowy sposób.

WNIOSKI

Ponieważ dla wielu uczniów matematyka jest przedmiotem trudnym, wiążącym się z wieloma skomplikowanymi pojęciami, zagadnieniami i zadaniami matematycznymi, istotna wydaje się być w tym rola nauczyciela.

Nauczyciel powinien być w stanie nadążyć za szybko zmieniającymi się wymaganiami, aby być na miarę nauczyciela XXI wieku. Tym samym niezbędna jest tutaj umiejętność korzystania z najbardziej różnorodnych narzędzi dydaktycznych takich jak TIK, metody aktywizujące, praca metodą projektu. Współczesne nauczanie powinno być nowoczesne i dostosowane do szybko zmieniającego się świata. Szeroki zakres metod aktywizujących, korzystanie z TIK mogą pomóc nauczycielowi w zainteresowaniu ucznia i skłonienia go do nauki. Cele projektu Erasmus + wydają się w tym przypadku jak najbardziej istotne, gdyż zakładają zebranie różnorodnych metod aktywizujących ze szkół partnerskich i przeprowadzenie szkoleń z tych metod. Daje to nauczycielowi szansę na poszerzenie swoich kompetencji oraz rozwój osobisty.

WŁOCHY

Motywacja w uczeniu się matematyki Sprawozdanie z przeprowadzonej ankiety

Celem tego badania było poznanie motywacji do uczenia się matematyki w naszej szkole, szczególnie wśród uczniów w wieku 16– 18 lat w latach 2017-2019.

Badanie sondażowe miało formę ankiety online z zastosowaniem formularzy Google. Wyniki ankiety pokazują, iż uczniowie obu roczników rozwinęli swoją motywację do uczenia się matematyki – ze średnią 3,39%. Wielu zmotywowanych do uczenia się matematyki uczniów było wcześniej niezadowolonych z osiągniętych wyników i podejmowanych działań. Pokazuje to, iż wysoka motywacja nie wystarcza, aby osiągnąć satysfakcjonujące rezultaty. Jak wynika z wywiadów z 20 wybranymi uczniami, chcą oni dobrego sposobu przekazywania wiedzy, charakteryzującego się 3 cechami – uczącego jak nie poddawać się zbyt łatwo, dającego poczucie satysfakcji oraz stanowiącego wyzwanie. Zatem, oprócz wysokiej motywacji do uczenia się, wymagane jest również zrozumienie materiału, u podstaw którego jest właściwy sposób przekazu wiedzy.

Motywacja w uczeniu się matematyki

Odpowiedni wybór metod nauczania jest w stanie poprawić osiągnięcia uczniów, ze względu na wzrost ich motywacji do uczenia się. Większość uczniów wolała nauczanie oparte na grach, które rozwijały umiejętność myślenia. Dobranie odpowiedniej metody nauczania to czynnik zewnętrzny wpływający na sukces ucznia, o który powinien zadbać nauczyciel.

Metodologia badań

Narzędziami, którymi zebrano dane były ankieta i wywiad.

Ankieta została przeprowadzona w grupie 96 uczniów – 51 chłopców, 45 dziewcząt. Uczniowie, odpowiadając na pytania ankietowe, mogli poświęcić na to tyle czasu, ile potrzebowali, gdyż nie było żadnego limitu czasowego. Formularz ankiety zawierał 16 stwierdzeń dotyczących motywacji do uczenia się matematyki, co do których uczniowie mieli wyrazić swoją opinię.

Celem wywiadu było uzyskanie informacji dotyczącej zainteresowania uczniów stosowaniem różnych metod w uczeniu się i nauczaniu. W wywiadzie uczestniczyło 20 uczniów. Zostali wybrani na podstawie wyników ankiety dotyczącej motywacji – po 5 uczniów z niską lub średnią motywacją do uczenia się matematyki z 4 klas zaangażowanych w projekt. Wszystkie dane z wywiadu zostały porównane z danymi indywidualnymi. Następnie, wyniki wywiadów były przeanalizowane, aby uzyskać informację co do metod uczenia się, których chcieli uczniowie.

Wyniki z ankiet zostały opracowane poprzez obliczenie średniej dla każdego stwierdzenia. Dane ilościowe zostały przekształcone na jakościowe z użyciem poniższej tabeli.

WYNIKI I ANALIZA

Na lekcji matematyki:

1. utrzymywanie dyscypliny pomaga mi się skupić

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
2	5	8	4	1

2. nauczyciel powinien odwoływać się do przykładów z życia codziennego, żeby uczeń lepiej rozumiał materiał

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
18	2			

3. lubię słuchać ciekawostek matematycznych, bo one rozwijają moje zainteresowanie matematyką

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
6	9	2	3	

4. jasny i zrozumiały język stosowany przez nauczyciela pomaga mi zrozumieć wprowadzany materiał

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
10	10			

5. Stosowanie przez nauczyciela technik zapamiętywania odwołujących się do wyobraźni, emocji pomaga mi zapamiętać dany materiał

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
9	11			

6. pomaga mi, kiedy nauczyciel posługuje się dowcipnymi przykładami, żeby coś wytłumaczyć, lub jeśli w zadaniu tekstowym jest humor

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
9	11			

7. używanie różnych kolorów przez nauczyciela podczas zapisu na tablicy, ułatwia mi zrozumienie, lepiej jest mi się skupić

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
7	13			

8. wolę rozwiązywać zadania matematyczne odwołujące się do życia codziennego

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
10	10			

9. quizy matematyczne online z wykorzystaniem własnego telefonu angażują mnie i wpływają pozytywnie na moje nastawienie do matematyki

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
20	0			

10. wolę rozwiązywać zadania domowe online

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
6	8		6	

11. stosowanie wizualizacji zagadnień matematycznych (np. apletów GeoGebry) pomaga mi zrozumieć dany materiał i jest ciekawe

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
11	7	2		

12. warsztaty matematyczne np. z robotyki sprawiają, że bardziej interesuję się matematyką

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
	8	10	2	

13. wykłady prowadzone przez nauczycieli akademickich rozbudzają moją ciekawość matematyką

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
	3	9	8	

14. mini-projekty matematyczne pozytywnie wpływają na moje nastawienie do matematyki

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
3	7	9		

15. kiedy jakiś uczeń prowadzi lekcję (stosowanie tzw. „odwróconej lekcji” jestem zainteresowany i wiele z takiej lekcji wynoszę

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie
	1	11		

16. Prosimy, wypisz co jeszcze sprawia, że lepiej rozumiesz wprowadzany materiał, co pomaga Ci się skupić, motywuje Cię do uczenia się matematyki

- Łączenie wprowadzanego materiału ze światem rzeczywistym
- Wykorzystanie zainteresowań i fascynacji uczniów
- Dawanie uczniom wyboru
- Stosowanie przykładów z życia codziennego
- Łączenie czynności rutynowych z uczeniem się
- Stosowanie przykładów z życia codziennego
- Sprawianie, że uczenie się staje się zabawą

Na początku uczniowie nie widzieli związku między matematyką a ich codziennym życiem. Jeżeli chodzi o trudności związane z matematyką, zakładali, iż jest to trudny przedmiot. Średnia 2,5 wskazuje, że zadania dawane przez nauczycieli są wciąż dosyć trudne dla nich jako że nie widzieli związku między matematyką a codziennym życiem, hobby i marzeniami. Uczniowie, z którymi przeprowadzono wywiad po sprawdzenie, zakładali że nie ma korzyści w uczeniu się matematyki, gdyż jest to tylko jeden z przedmiotów szkolnych, a nie część życia. Pośród celów edukacyjnych dobry wynik na sprawdzianach stał się jednym z najważniejszych. Takie nastawienie spowodowało, że uczenie się matematyki było jeszcze większym ciężarem. Dlatego też podczas dwóch lat projektowych nauczyciele starali się, aby uczniowie odczuli przyjemność z uczenia się tego przedmiotu.

RUMUNIA

Rozwijanie kompetencji matematycznych. Jak motywować uczniów do uczenia się?

Mandelbrot, na wykładzie dotyczącym geometrii eksperymentalnej i fraktali na Siódmym Międzynarodowym Kongresie Edukacji Matematycznej, doradził słuchającym go w większości nauczycielom jak wykorzystywać ciekawość w nauczaniu matematyki: „Motywuj ucznia tym co fascynujące i miej nadzieję, że wzbudzony w ten sposób entuzjazm wystarczy, aby przejść przez to co zabawą już nie jest, ale jest konieczne.”

ANKIETA PRZEPROWADZONA WŚRÓD UCZNIÓW DOTYCZĄCA MOTYWACJI

Wypełnienie ankiety powiązane było z poziomem zaangażowania się w to co dzieje się w szkole. Uczniowie, którzy odmówili udziału w badaniu ankietowym, ogólnie w mniejszym stopniu angażują się w szkole. Dlatego też, mały udział w ankiecie wskazuje na ogólnie niską motywację uczniów, a średnie wyniki ankiet okazały się zawyżone w stosunku do rzeczywistości, gdyż pochodzą od tych, którzy znaleźli czas i motywację, aby pochylić się nad pytaniami ankiety.

„DOBRE PRAKTYKI W NAUCZANIU MATEMATYKI” – wyniki ankiety

1. Mini-projekty matematyczne pozytywnie wpływają na moje nastawienie do matematyki

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
24 54,55%	20 45,45%				44	1,45

2. Nauczyciel powinien odwoływać się do przykładów z życia codziennego, żeby uczeń lepiej rozumiał materiał

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
18 40,91%	25 56,82%	1 2,27%			44	1,45

3. Lubię słuchać ciekawostek matematycznych, bo one rozwijają moje zainteresowanie matematyką

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
13 29,55%	26 59,09	3 6,82%	2 4,55		44	1,86

4. Stosowanie przez nauczyciela technik zapamiętywania odwołujących się do wyobraźni, emocji pomaga mi zapamiętać dany materiał

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
15 34,88%	21 48,84	5 11,63%	2 4,65		43	1

4. Pomaga mi, kiedy nauczyciel posługuje się dowcipnymi przykładami, żeby coś wytłumaczyć, lub jeśli w zadaniu tekstowym jest humor

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
18 41,86%	23 53,49	2 4,65%			43	1,63

5. Wolę rozwiązywać zadania matematyczne odwołujące się do życia codziennego

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
14 32,56%	24 55,81%	4 9,30%	1 2,33%		43	1,81

6. Quizy matematyczne online z wykorzystaniem własnego telefonu angażują mnie i wpływają pozytywnie na moje nastawienie do matematyki

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
12 27,27%	26 59,09%	2 4,55%	4 9,09%		44	1,95

7. Stosowanie wizualizacji zagadnień matematycznych (np. apletów GeoGebry) pomaga mi zrozumieć dany materiał i jest ciekawe

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	łącznie	Średnia ważona
13 30,23%	21 48,84%	6 13,95%	3 6,98%		43	1,98

Zdecydowanie tak	Tak	Nie mam zdania	Nie	Zdecydowanie nie	Łącznie	Średnia ważona
13 29,55%	18 40,91%	7 15,91%	6 13,64%		44	2,14

WNIOSKI I REKOMENDACJE

Większość odpowiedzi pokazuje, iż uczniowie będą o wiele bardziej zainteresowani uczeniem się jeżeli nauczyciele będą stosować następujące metody i techniki:

- mini-projekty matematyczne
- przykłady z życia codziennego oraz ciekawostki matematyczne
- wizualizacja danych problemów matematycznych dzięki takim aplikacjom jak np. GeoGebra
- stosowanie metody odwróconej klasy ‘flipped classroom’

Co najważniejsze, relacja pomiędzy uczniem, a nauczycielem prowadzi do pozytywnych rezultatów w edukacji. Nazywana przez Ha Trana „przestrzeń pomiędzy” jest kreowana przez odpowiednią postawę nauczyciela – skoncentrowaną na uczniu, charakteryzującą się troską o ucznia jako jednostki ludzkiej sobie równej. Wymaga to elastyczności i otwartości.

Biorąc pod uwagę brak wsparcia finansowego, sprzętu, kadry, wprowadzenie nowych metod, postrzeganych przez uczniów jako angażujące w codzienną realizację podstawy programowej, wydaje się prawie niemożliwe.

CO SPRAWIA, ŻE ROZUMIESZ MATERIAŁ LEPIJ? CO POMAGA CI SIĘ SKUPIĆ? CO MOTYWUJE CIĘ DO UCZENIA SIĘ MATEMATYKI? – KOMENTARZE UCZNIÓW

- Rozumiem więcej, jeżeli nauczyciel jest spokojny i wszystko tłumaczy. Projekty jak ten realizowany są również pożyteczne i motywują nas, żeby uczyć się więcej.
- Ciekawe, zabawne ćwiczenia.
- Mój nauczyciel.
- Pozytywnie oceniam mojego nauczyciela.
- Aby lepiej rozumieć matematykę, potrzebuję pomocy od nauczycielki i wiele przykładów.
- Bardzo motywują mnie ciekawe metody, gry matematyczne ponieważ sprawiają, że uczę się matematyki o wiele lepiej.
- Gry matematyczne.
- Koncentruję się, kiedy nauczyciel próbuje mi pokazać przykład z życia.
- Ciekawe metody, refleksja co będę robić w życiu.
- Motywuje mnie praca w zespole, kiedy inni nie przeszkadzają na lekcji, więcej działań na lekcji. Z osobistego punktu widzenia, uczenie pomaga ci w życiu i to jest najlepsza motywacja.
- Pomaga mi, jeżeli nauczyciel poświęci odpowiednią ilość czasu, aby wytłumaczyć dobrze wprowadzany materiał. Niektórzy tego nie robią i jest to dezorientujące czasami.

I.2

Efekty wdrażania działań projektowych według opinii uczniów oraz wnioski z obserwacji pracy szkół partnerskich

I. Efekty wdrażania działań projektowych wg opinii uczniów

- Pozytywne nastawienie
- Nauka matematyki przez zabawę
- Połączenie pracy z przyjemnością
- Pełna mobilizacja – odpowiedzialność za wykonanie zadania
- Nauka podziału obowiązków w przypadku pracy metoda projektu oraz integracja grupy projektowej
- Wzrost zaangażowania w realizację aktywności związanych z realizacją działań projektowych
- Połączenie pożytecznej nauki z przyjemną dla uczniów formą: gry, projekty, konkursy
- Rozwijanie umiejętności współpracy
- Zabawa matematyką
- Rozwijanie umiejętności kreatywnego myślenia
- Rozwijanie umiejętności organizacyjnych
- Pozytywne przeżycia – pozytywne doświadczenia
- Umiejętność pozyskiwania nowych i ciekawych informacji z związanych z matematyka i jej powiązaniu z życiem
- Nauka w postaci lubianej formy pracy
- Możliwość wyboru tematu pracy projektowej – różnorodność
- Praca w rodzinnej atmosferze

- Nauka organizacji czasu pracy
- Rozwijanie umiejętności przewyższania trudności
- Odkrywanie talentów

II. Ewaluacja działań pracy metodą projektu

1. Co było najlepszą stroną pracy działań projektowych?

- Miłe zaskoczenie, że praca nad projektem była przyjemna
- Spędzanie czasu ze znajomymi
- Dobra zabawa
- Pomysł na formę wykonywania zadań matematycznych
- Pomysł, kreatywność, integracja
- Współpraca z innymi
- Atmosfera
- Kreatywne działanie
- Nauka organizacji pracy i czasu
- Możliwość interpretacji projektu
- Motywacja

2. O czym opowiem znajomym?

- Praca metodą projektu to nie tylko ciężka praca, ale i przyjemność
- Jakie przydatne filmy udało się zrealizować
- nowoczesnych metodach pracy na matematyce z wykorzystaniem TIK
- Realizowany projekt został pokazany w innych klasach jako pomoc naukowa
- Mam wspaniałych przyjaciół
- Dobry efekt końcowy
- Miło spędzony czas
- procesie tworzenia projektu
- Zrealizowaliśmy projekt podczas, którego wszyscy się uśmiechali
- doświadczeniu aktorskim i o tym, że matematyka może być zabawą
- Świetna forma uczenia się
- Każdy powinien spróbować zrobić projekt
- Temat obejmował moje zainteresowania

3. Co było najłabsze?

- Montowanie filmu – czasochłonne
- Brak czasu
- Organizacja sprzętu
- Otoczenie, które nie zawsze współpracowało
- Terminowość
- Rozdzielenie obowiązków
- Trudne pojęcia
- Problemy z oświetleniem

4. Co bym zmienił?

- Organizację pracy w grupie
- Aby podchodzić humorystycznie do działań
- Możliwość zrobienia dłuższych filmów
- Komunikację
- Więcej czasu na spotkania
- Dobór osób w grupie

5. Czego się nauczyłem? Co było zaskakujące? Czego się dowiedziałem?

- Kreatywności i wymyślania, zaskakująco dobry efekt końcowy
- Nowe pojęcia
- Pokazanie jak cenna jest praca w grupie
- Mogę być dobrym uczniem z matematyki
- Pokazanie, że matematyka jest wszędzie
- Współpracy
- Obsługa programów do obróbki i montażu filmów
- Poznanie nowych terminów matematycznych
- Poznanie historii matematyki
- Śmiałość
- Pracy w grupie

ROZDZIAŁ II

Rozwijanie kompetencji matematycznych z wykorzystaniem nowoczesnych i aktywizujących metod nauczania

II.1

Zadania matematyczne z kontekstem realistycznym

POLSKA

Zadanie 1.

Rozkład promieniotwórczy

W żyjącym organizmie (roślinnym lub zwierzęcym) stosunek ilości radioaktywnego izotopu węgla ^{14}C do izotopu nieradioaktywnego ^{12}C wynosi około $1,5 \cdot 10^{-12}$. Po śmierci organizmu ilość radioaktywnego izotopu ^{14}C maleje (okres jego połowicznego rozpadu wynosi ok. 5700 lat), a ilość izotopu ^{12}C pozostaje niezmienna.

Wzór $m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ opisuje masę próbki promieniotwórczego izotopu o okresie połowicznego rozpadu T , po upływie czasu t , m_0 oznacza masę początkową próbki.

Przykład:

Oblicz wiek znaleziska, w którym zmierzona zawartość izotopu ^{14}C jest równa 70% początkowej zawartości tego izotopu.

$$T = 5700 \text{ lat}$$

$$m = 0,7 m_0$$

$$\log 0,7 = \log \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5700}}$$

$$\log 0,7 = \frac{t}{5700} \log \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = 5700 \cdot \frac{\log 0,7}{\log 0,5} \approx 2933$$

Znalezisko ma około 2933 lat.



- 1) Oblicz wiek znaleziska, w którym zmierzona zawartość izotopu ^{14}C jest mniejsza od zawartości początkowej o 40%.
- 2) Oblicz ile procent początkowej zawartości izotopu ^{14}C znajduje się w
 - a) Egipskiej mumii mającej 4000 lat,
 - b) Kości zwierzęcej mającej 15 000 lat.

Źródło: *Matematyka 3, W. Babiński, L. Chańko, J. Czarnowska, J. Wesołowska, Nowa Era*

Źródło obrazu: <https://www.tarothuset.com/sarkofag-med-mumie>

Zadanie 2.

Zadanie optymalizacyjne – bryły obrotowe

Cysterna kolejowa do przewozu chemikaliów składa się z trzech części, środkowej w kształcie walca i dwóch w kształcie półkul, zamykających z obu stron część środkową. Część walcową cysterny wykonuje się z pojedynczej warstwy blachy, a części półkuliste z warstw podwójnych. Objętość cysterny ma być równa $18\pi\text{m}^3$.

- a) zbadaj, jak powinna być średnica i długość cysterny, aby na jej wykonanie zużyć jak najmniej materiału
- b) wiadomo, że 1m^2 blachy kosztuje 500 zł. Oblicz ile wynosi koszt materiału potrzebnego do wykonania tej cysterny.



Źródło: *Matura z Matematyki, A. Kielbasa, P. Łukasiewicz. Wydawnictwo 2000*

Źródło obrazu: https://www.modellbahnshop-lippe.com/produkt/Roco/1-4-002003-262791-0-0-0-18-10-2-0-gatt-pl-p-0/ein_produkt.html

Zadanie 3.

Kula i sfera

- 1) Promień kuli ma w przybliżeniu 6300 km. Oblicz długość równoleżnika odpowiadającego szerokości geograficznej
 - a) 60°
 - b) 20°
- 2) Jaką drogę określa miasto leżące na 30° szerokości geograficznej północnej na skutek obrotu Ziemi dookoła osi w ciągu trzech godzin? Zakładamy, że Ziemia wykonuje pełny obrót w ciągu 24 godzin.



Źródło obrazu: <http://gimn3mz.nazwa.pl/socrates/punkt10/punkt10.htm>

Zadanie 4.



Do zbiornika dopływa woda czterema rurami, przy czym gdyby woda dopływała tylko pierwsza rura, zbiornik napełniłby się w ciągu jednego dnia, druga rura w ciągu 2 dni, trzecia rura w ciągu 3 dni, a czwarta w ciągu 4 dni. Oblicz w jakim czasie napełni się zbiornik, gdy woda będzie dopływała wszystkimi rurami jednocześnie.

Źródło obrazu: <https://pt.depositphotos.com/149908282/stock-video-water-flows-from-large-pipes.html>

Zadanie 5.

Jadący z prędkością 60km/h pociąg towarowy o długości 100 m mija stojący na stacji pociąg osobowy w czasie 15 sekund. Jaką długość ma pociąg osobowy?

Źródło obrazka: <https://www.parowozy.pl/przejazdy-retro/fotorelacje/rocznice-warszawa-2016/>



Zadanie 6. Funkcja kwadratowa, zadanie optymalizacyjne

Sklep sprzedając ziemniaki w cenie 2 zł za kilogram dziennie sprzedawał 400 kg. Po pewnym czasie zauważono, że każde obniżenie ceny o 10 groszy powoduje wzrost sprzedaży o 100 kilogramów. Sklep kupuje ziemniaki od rolnika po 80 groszy za kilogram a inne koszty (magazynowanie, transport, itp.) przypadające na 1 kg ziemniaków wynoszą 20 gr. Przy jakiej cenie ziemniaków dzienna sprzedaż przyniesie największy zysk? Oblicz ten zysk.



Źródło obrazu: <https://www.kuchniaplus.pl/artykuly/ziemniak-owoc-pozadania>

Zadanie 7. Procenty

Pewne towarzystwo ubezpieczeniowe udziela następujących zniżek w ubezpieczeniu OC za bezszkodową jazdę

Liczba lat bezszkodowej jazdy	Wysokość zniżki w %
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50
6 i więcej	60

oraz zwyczaj

Za wiek właściciela poniżej 25 lat	20%
Za okres posiadania przez właściciela prawa jazdy poniżej 3 lat	30%
Za wiek samochodu powyżej 15 lat	5%
Za użytkowanie samochodu jako taksówki	30%

Jaki procent podstawowej składki zapłacą za ubezpieczenie OC swoich samochodów następujące osoby:

- Paweł Nowak, wiek 22 lata, prawo jazdy od 2 lat, 2 lata bezszkodowej jazdy, samochód 16 letni fiat.
- Katarzyna Wrońska, wiek 45 lat, prawo jazdy od 23 lat, 10 lat bezszkodowej jazdy, samochód 5 letnie audi.
- Henryk Baranowski, wiek 54 lata, prawo jazdy od 30 lat, 3 lata bezszkodowej jazdy, samochód taksówka: 6 letni opel.



Źródło obrazu: <https://pl.freepik.com/darmowe-zdjecie-wektory/procenty>



Zadanie 8. Średnie

W pewnym gospodarstwie rolnym, rolnik posiada 10 ha upraw klasy I w cenie 48 tys./ha 5 ha łąk w cenie 37 tys./ha, 3 ha pastwisk w cenie 20 tys./ha, i 2 ha nieużytków w cenie 10 tys./ha. Oblicz średnią cenę za 1 ha ziemi tego rolnika.

Zadanie 9. Funkcja kwadratowa, geometria płaska – trójkąty

W pewnym parku znajduje się rabata kwiatowa w kształcie trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne różnią się o 4 m. Powierzchnia rabaty wynosi 96 m². Ile metrów płotka potrzeba na ogrodzenie tej rabaty.



Zadanie 10. Skala i plan

- Działka ma kształt prostokąta o wymiarach 60 m na 40 m. Ile cm^2 będzie zajmować obszar tej działki na planie sporządzonym w skali 1:5000.
- Droga z Warszawy do Torunia zaznaczona na mapie w skali 1:10 000 000 ma długość 2 cm. Oblicz ile ma ta trasa w rzeczywistości.
- Jezioro Paprocańskie zajmuje powierzchnię 132 ha. Oblicz, jaką powierzchnię zajmuje to jezioro na mapie w skali 1: 40 000.

Źródło obrazu: https://www.google.com/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=&url=https%3A%2F%2Fwww.nocowanie.pl%2Fjezioro_paprocanskie%2C152620%2Cmap%2C1.html&psig=AOvVaw2adVLh06MioMrZwuhSewW3&ust=1561804616427128



WŁOCHY

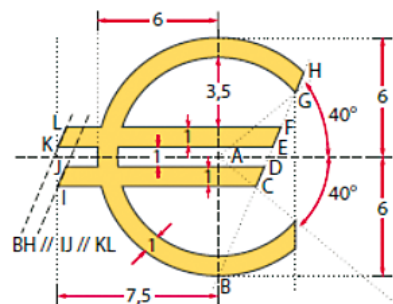
Zadanie 1. Koła olimpijskie

Symbole olimpijskie – pięć kół i flaga olimpijska zostały oficjalnie zaprezentowane przez Pierre de Coubertin w 1914 roku na Paryskim Kongresie Olimpijskim. Ideały powszechności i braterstwa zostały ukazane w bardzo innowacyjny sposób poprzez symbole przeplatających się kół i to w czasie – początek XX wieku – kiedy do głosu dochodził coraz bardziej nacjonalizm.

- Umieść pięć kół w kartezjańskim układzie współrzędnych tak, aby środek czarnego koła znajdował się w początku układu współrzędnych, a oś X była styczna z żółtym i zielonym kołem. Załóżmy że każdy pierścień ma zerową grubość, a każdy promień oraz odległość między kołami wynosi jeden (jedną jednostkę w układzie). Nie sugeruj się odległościami między kołami w stosunku do oryginalnego symbolu olimpijskiego.
- Napisz równania pięciu kół.
- Zaczynając od czarnego koła, jakiego przekształcenia musisz dokonać, aby osiągnąć pozostałe cztery?



Zadanie 2. Symbol euro



Symbol euro (€) został zaprezentowany w grudniu 1996 roku przez Komisję Europejską, która uzasadniała swój wybór w następujący sposób „inspiracją symbolu € jest grecka litera epsilon, nawiązuje więc do kolebki cywilizacji europejskiej, oraz pierwszej litery w wyrazie Europa. Dwie równoległe linie symbolizują stabilność euro.”

Powyższa figura przedstawia oficjalne wymiary symbolu euro. Umieściwszy początek kartezjańskiego układu współrzędnych w punkcie A i poziomą oś X, napisz równania dla głównych cech tego symbolu: dwa łuki (górny i dolny) oraz dwie poziome belki. Dla uproszczenia obliczeń, załóżmy, że prosta AG i jej symetryczna prosta względem osi X tworzą kąt 45° zamiast 40° z osią OX, mimo iż nie zgadza się to z rysunkiem.

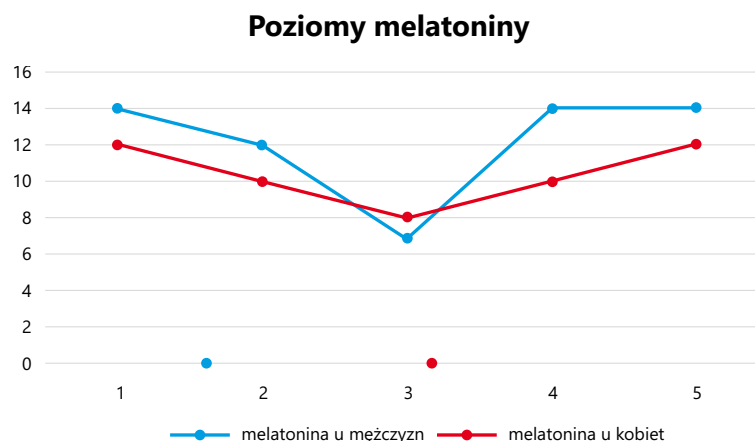
Zadanie 3. Poziomy melatoniny

Poniższy wykres przedstawia średnia wartość hormonu melatoniny u mężczyzn i kobiet. Przeanalizuj go i odpowiedz na pytania.

- Które z poniższych stwierdzeń jest błędne: a, b, c, d?
 - O 6 rano mężczyźni mają większe stężenie melatoniny.
 - U mężczyzn stężenie melatoniny nie rośnie jednostajnie w ciągu 24 godzin
 - Stężenie melatoniny u mężczyzn jest niższe, niż u kobiet tylko o godzinie 12:00
 - Podczas nocy stężenie melatoniny u mężczyzn jest wyższe niż u kobiet

2) Istnieje pigułka, która podnosi o jeden punkt wartość melatoniny przez 24 godziny. Jaka jest minimalna ilość pigułek, którą musi przyjąć mężczyzna, aby uzyskać wyższy poziom stężenia melatoniny niż u kobiety w ciągu całego dnia.

- a) 2 pigułki
- b) 3 pigułki
- c) 4 pigułki
- d) 8 pigułek



Na osi poziomej podane liczby odpowiadają godzinom: 1 – 00:00, 2 – 6:00, 3 – 12:00, 4 – 18:00, 5 – 24:00

Zadanie 4.

Urodzinowe przyjęcie: ciasto pomarańczowe

Zaprosiłeś 6 przyjaciół na przyjęcie urodzinowe i w związku z tym, chciałbyś upiec ciasto. Przepis na ciasto, które wybrałeś wymaga następującej ilości składników. Ustal, ilość składników na twoje urodzinowe ciasto.

Składniki	Ilość dla 4 osób
Mąka	160 g
Cukier	200 g
Jaja	2
Mleko	100 ml
Masło	90 g
Rozcieńczony sok pomarańczowy (3 porcje soku na 7 porcji wody)	130 ml

Zadanie 5.

Gra w karty

Zwykła talia kart zawiera 52 karty: 13 typu trefl, 13 karo, 13 pik, 13 kier. Talia zostaje potasowana i jedna karta wyciągnięta, a następnie z powrotem włożona do talii i tak jeszcze dwa razy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzy wyciągnięte karty to:

- a) 3 karty kier
- b) 2 trefle i jeden pik (obojętnie w jakim porządku)
- c) Trzy różne kolory



Zadanie 6.

Operatorzy telefoniczni

Przeanalizuj koszty rozmów telefonicznych, tworząc właściwy model matematyczny dla każdego z nich:

- **Operator A** oferuje stały abonament – 40 euro (bez limitu połączeń)
- **Operator B** oferuje stawkę 9 centów za minutę, brak stałego abonamentu
- **Operator C** oferuje za 25 euro 400 minut, po przekroczeniu pakietu minut, koszt 1 minuty wynosi 13 centów za minutę.

Która opcja jest najlepsza Twoim zdaniem? Umotywuuj swoją odpowiedź.

Oblicz, która oferta jest najkorzystniejsza, jeżeli chcesz wykonać połączenia trwające łącznie 600 minut, 1000 minut.

Zadanie 7. Brama Europy w Madrycie

Brama Europy w Madrycie (Torri Kio) jest zbudowana z dwóch wież pochylonych pod kątem 15° do środka, o wysokości 114,7 m. Wieże podzielone są na 27 pięter, a każde piętro ma powierzchnię $3252,1 \text{ m}^2$. Jaka jest objętość każdej wieży?



Zadanie 8. Bilety na pociąg Eurostar Italia Freccia Rossa

Przez pięć lat ceny biletów na pociąg Eurostar Italia Freccia Rossa ulegały podwyżkom, tak jak zostało to pokazane w tabeli dotyczącej trasy: Milan – Naples, Milan – Florence.

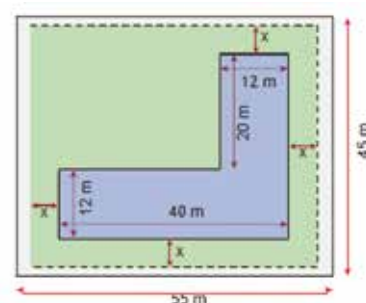
- Na której trasie (Milan-Naples czy Milan-Florence) koszt biletu wzrósł bardziej między rokiem 2008, a 2010?
- W którym roku nastąpiła największa podwyżka i na której trasie w porównaniu z rokiem poprzednim?

Rok	Milan – Naples	Milan – Florence
2005	€46,48	€22,72
2006	€46,48	€22,72
2007	€51,00	€26,00
2008	€56,10	€28,50
2009	€75,10	€37,10
2010	€89,00	€41,00

Zadanie 9. Przetarg na budowę budynku

Miasto ogłasza przetarg na budowę budynku w kształcie litery L, na prostokątnej działce o wymiarach $55 \text{ m}/45 \text{ m}$. W ogłoszeniu są podane warunki: jeżeli budynek będzie miał dwa piętra, to pas otaczającej go zieleni musi mieć co najmniej dwukrotnie większe pole powierzchni, aniżeli powierzchnia którą zajmuje budynek. Jeżeli dom będzie miał od 3 do 5 pięter, to powierzchnia zieleni musi być 3 razy większa od tej którą zajmuje budynek. Wymiary budynku pokazane są na rysunku.

- Znajdź zbiór x , które spełniają te warunki.
- Czy możliwym jest wybudowanie budynku 5-piętrowego?



Zadanie 10. Mistrzostwa świata w piłce nożnej

Poniższe tabele pokazują wyniki meczów drużyny włoskiej w mistrzostwach świata w roku 1982 i 2006. Oblicz w roku 2006:

- średnią zdobytych goli i średnią goli straconych, wyłączając karne
- średnią różnicy bramek
- standardowe odchylenie zdobytych goli, porównując te dwa turnieje
- w którym roku Włochy straciły średnio więcej bramek
- w którym roku stosunek między golami zdobytymi, a straconymi jest lepszy

Mistrzostwa świata 1982	
Mecze	Gole
Włochy – Polska	0-0
Włochy – Peru	1-1
Włochy – Camerun	1-1
Włochy – Argentyna	2-1
Włochy – Brazylia	3-2
Polska – Włochy	0-2
Włochy – Niemcy	3-1

Mistrzostwa świata 2006	
Mecze	Gole
Włochy – Ghana	2-0
Włochy – USA	1-1
Czechy – Włochy	0-2
Włochy – Australia	1-0
Włochy – Ukraina	3-0
Niemcy – Włochy	0-2
Włochy – Francja	1-1 (5-3 w karnych)

RUMUNIA

Zadanie 1.

Rachunek prawdopodobieństwa

Jeżeli na decymetrze kwadratowym znajduje się średnio 10 kwiatów i te kule kwiatowe na zdjęciu mają takie same promienie, jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwszy kwiatek, który spadnie będzie biały?



Zadanie 2.

Ciągi

W parku Zavoi w Ramnicu Valcea (Rumunia) w dniu 28.02.1848 został po raz pierwszy odśpiewany hymn Rumunii. Utwór „Obudźcie się Rumuni” został skomponowany przez Antona Panna, a tekst został napisany przez poetę Andreia Muresanu. Hymn składa się z 11 zwrotek. Podczas ważnych uroczystości śpiewa się zwrotki 1, 2, 4. Jeżeli za tym wyborem zwrotek jest jakaś zasada matematyczna, która zwrotka będzie następną po 1, 2, 4,....



Zadanie 3.

Procenty



W ostatnich latach, ceny biletów w teatrze Antonn Pann w Ramnicu Valcea często się zmieniały. Załóżmy, że początkowa cena wynosiła 10 lei. Po pewnym czasie, wartość biletu zmniejszyła się o 20%, a następnie wzrosła o 20%. Czy cena wynosiłaby znowu 10 lei?

Zadanie 4.

Liczby rzeczywiste

W wojnie o niepodległość Rumunii, 7600 z 25000 ofiar, było zabitych lub rannych. Jeżeli liczba chorych była sześć razy większa od rannych, ile było ofiar śmiertelnych.



Zadanie 5.

Funkcje

Fontanna wyrzuca wodę z punktu umiejscowionego na wysokości 12 stóp nad ziemią. Woda osiąga maksymalną wysokość 20 stóp nad ziemią i 4 stóp od ściany fontanny. Napisz funkcję obrazującą drogę wody.



Zadanie 6.

Liczby rzeczywiste



Ilość wody, która przepływa przez jedną fontannę wynosi $0,075 \text{ m}^3/\text{s}$. Każdy strumień wody może wzrosnąć do wysokości 10 m. Oszacuj dzienny koszt eksploatacji wszystkich fontann na zdjęciu. Załóżmy, że sprawność silnika pompy wynosi 90%, wydajność pompy wynosi 90%, a koszt energii elektrycznej wynosi $0,2 \text{ € /kwh}$.

Zadanie 7.

Funkcje

Zlecono ci zaprojektowanie łuku wodnego fontanny na monety. Basen fontanny ma szerokość 20 decymetrów, a łuk wodny ma być większy niż 6 decymetrów, ale mniejszy niż 50 decymetrów. Musisz określić położenie punktu startowego i punktów lądowania oraz maksymalną wysokość łuku. Ponadto należy napisać równanie opisujące łuk wodny w odniesieniu do jego wysokości w stosunku do odległości poziomej wzdłuż basenu.

Zadanie 8. Pola powierzchni

Wejście do muzeum było pierwotnie wybrukowane 9 rzędami 80 prostokątnych płytek o długości dwukrotnie większej niż szerokość. Muszą one zostać wymienione, ale nowe płytki mają długość i szerokość dwa razy większą niż oryginalne. Ile płytek jest potrzebnych?

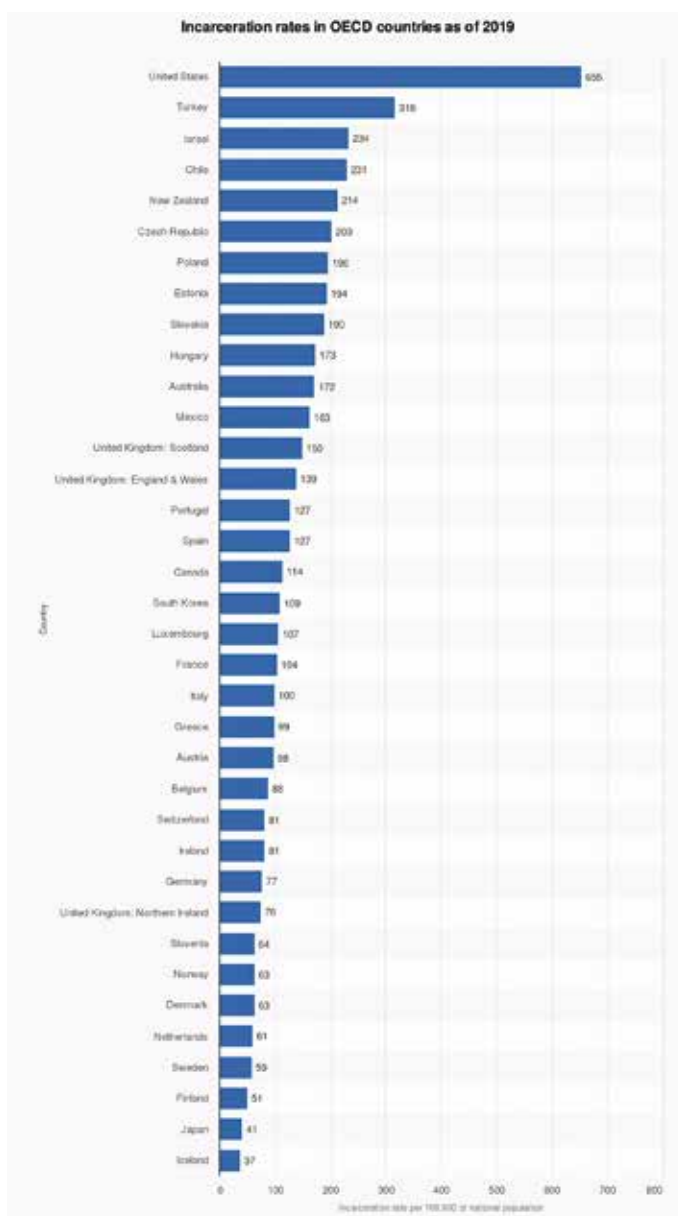


Zadanie 9. Statystyka

Poniższe dane statystyczne pokazują wskaźnik uwięzienia w krajach OECD począwszy od 2019 r. Wskaźnik ten przedstawia liczbę osób przebywających w więzieniach na 100 000 ludności.

Jakich informacji potrzebujesz, aby dowiedzieć się, czy Słowenia ma więcej więźniów niż Szwecja? Znajdź te informacje i odpowiedz na pytanie:

- który kraj ma więcej więźniów – Słowenia czy Szwecja?
- który kraj osadza w więzieniu skazanych w tempie około dwukrotnie wyższym niż w Irlandii?



Zadanie 10. Rachunek prawdopodobieństwa

12 kobiet i 10 mężczyzn pracuje na jednym z wydziałów na uniwersytecie. Ile jest sposobów na wybranie 7-osobowego komitetu biorąc pod uwagę, że (a) Ana i Bob nie będą pracować razem, (b) musi zostać wybrana co najmniej jedna kobieta.

II.2

Katalog pomysłów do pracy metodą projektu

POLSKA

I. Stopy dłonie łokcie, o miarach w starożytności

Cele projektu:

1. Poznanie starożytnych greckich i rzymskich miar takich jak: dłonie stopy, łokcie, pletrom, pręt, sążeń, krok, syliq, dzban, dzień drogi.
2. Pogłębienie i rozwijanie wiedzy matematycznej.
3. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
4. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.
5. Ukazanie praktycznego zastosowania wiedzy matematycznej w życiu codziennym naszych przodków.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupach 4-5 osobowych stworzą film przedstawiający miary używane w starożytności.

II. Ciąg Fibonacci/Kim był Fibonacci

Cele projektu:

1. Zapoznanie uczniów – kim był Fibonacci.
2. Wyjaśnienie czym jest liczba fi – złota proporcja.
3. Przedstawienie zależności, że matematyka występuje w otaczającym nas życiu.
4. Wyjaśnienie czym jest ciąg Fibonacciego.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
6. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
7. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Pomysł I:

Uczniowie w grupach 4-5 osobowych stworzą książkę lub prezentację lub film obrazującą występowanie zależności związanych z ciągiem Fibonacciego w życiu codziennym.

Praca będzie polegała na:

1. Zebraniu informacji o ciągu Fibonacciego
2. Znalezieniu, wykonaniu zdjęć i ilustracji, materiałów obrazujących występowaniu w życiu ciągu Fibonacciego na praktycznych przykładach.
3. Selekcja zebranego materiału
4. Stworzenie scenariusza książki, prezentacji lub filmu o zastosowaniu ciągu Fibonacciego.
5. Wykonanie książki, prezentacji lub filmu.

Pomysł II:

Uczniowie stworzą grę planszową w grupie 2 – 3 osobowej. Gra będzie przedstawiała gwiazdozbiór – kometę – zbiór planet, na której będą znajdowały się poszczególne pola z wyróżnionymi polami – kolejne liczby ciągu Fibonacciego. Gracz, który stanie na tym polu będzie mógł przeczytać ciekawostkę nt. ciągu Fibonacciego przygotowaną na osobnych kartach. Gra będzie się kończyła po dotarciu do pola meta. Wygrywa ten gracz, który będzie miał więcej zebranych ciekawostek o Ciągu Fibonacciego.

III. Jak liczono dawniej. Maszyna Turinga

Cele projektu:

1. Poznanie pojęcia algorytmu.
2. Poznanie sylwetki Alana Turinga
3. Poznanie budowy maszyny Turinga.
4. Przedstawienie wybranych języków programowania i ich obecne zastosowanie.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
6. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
7. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupach 4-5 osobowych stworzą film o maszynie Turinga, jej powstaniu i zasadach wprowadzania algorytmów obliczeniowych. Uczniowie pracując w grupie przyjmą rolę scenarzysty, reżysera, filmowca, menedżera oraz scenografa. Sami będą

aktorami i zdobędą niezbędne informacje o postaci Alana Turinga oraz budowie maszyny Turinga. Uczniowie wyselekcjonują zebrane informacje, napiszą scenariusz a następnie stworzą film.

IV. Matematyczny Escape Room

Cele projektu:

1. Umiejętność pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności poszukiwania informacji.
3. Rozwijanie umiejętności korzystania z TIK – wykonanie rekwizytów, napisanie programu komputerowego – szyfrującego.
4. Wykorzystanie poznanych umiejętności matematycznych do szyfrowania zagadek.
5. Rozwijanie umiejętności logicznego myślenia.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 osobowej przyjmą rolę poszukiwacza, selektonera, scenarzysty i pisarza. Wybiorą zagadki do stworzenia scenariusza Escape Roomu, zbiorą odpowiednie materiały na rekwizyty (np.: pudła – schowki, koperty – zagadki, karty – szyfry, program komputerowy), wykonają te rekwizyty. Napiszą gotowy scenariusz z zagadkami oraz przetestują jego poprawność.

V. Sofizmaty

Cele projektu:

1. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
3. Poznanie pojęcia sofizmatu i błędu logicznego.
4. Poznanie kilku przykładów sofizmatów.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4-5 osobowej przygotowują scenariusz lekcji na temat Sofizmatów, wyselekcjonują materiał zebrany z książek, internetu – łamigłówki, zagadki. Uczniowie wykonują plakaty obrazujące sofizmaty. Plakaty te posłużą jako rekwizyty w czasie lekcji matematyki dotyczącej sofizmatów.

VI. Enigma

Cele projektu:

1. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
3. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.
4. Poznanie informacji o maszynie Enigma.
5. Poznanie sylwetek projektantów Enigmy.
6. Poznanie budowy maszyny Enigma.
7. Poznanie informacji o sposobach szyfrowania danych – kryptologia.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4-6 osobowej wcielą się w rolę reżysera, montażysty, kamerzysty, poszukiwacza materiałów, konsultanta technicznego, rekwizytora, narratora. Uczniowie zbiorą materiały, wyselekcjonują je, napiszą scenariusz a następnie nagrają film prezentujący tematykę projektu.

VII. Liczby zespolone

Cele projektu:

1. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
3. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.
4. Poznanie pojęcia liczby zespolonej.
5. Poznanie postaci algebraicznej liczby zespolonej.
6. Poznanie pojęcia płaszczyzny zespolonej, poznanie wzoru Moivre'a, postaci wykładniczej, postaci trygonometrycznej i sprzężenia liczby zespolonej.
7. Przedstawienie historii liczb zespolonych.
8. Przedstawienie zastosowania liczb zespolonych.

Realizacja projektu:

Uczniowie w zespole 2 osobowym opracują scenariusz lekcji matematyki, w czasie którego przedstawią poruszaną tematykę projektu. Przygotują prezentację oraz karty pracy dla pozostałych uczniów klasy, tak aby uczniowie mogli wykonać proste obliczenia z wykorzystaniem liczb zespolonych: dodawania, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, zamiana na postać trygonometryczną.

VIII. Matematyka w pokerze

Cele projektu:

1. Zapoznanie uczniów z pojęciem pokera.
2. Pokazanie połączenia matematyki z grą w pokera.
3. Zapoznanie uczniów z pojęciem szansa na wygraną – trochę o rachunku prawdopodobieństwa.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 2-3 osobowej przygotowują scenariusz lekcji dotyczącej rachunku prawdopodobieństwa i jego zastosowania w grze w pokera. Uczniowie przygotowują prezentacje dotyczące wybranej tematyki w odniesieniu do szans na wygraną. Przedstawią pojęcia: flop, out i oddsy. Uatrakcyjnieniem lekcji może być nagranie krótkiego filmiku pokazującego konkretną rozgrywkę.

IX. Liczba Pi – piosenka

Cele projektu:

1. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
2. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
3. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.
4. Poznanie historii liczby pi.
5. Poznanie własności liczby pi.
6. Poznanie sposobów rozwinięcia liczby pi.
7. Rozwijanie talentów.

Realizacja projektu:

Uczniowie w zespole 3 osobowym stworzą tekst piosenki o liczbie pi. Piosenka może być wykonana w czasie obchodów Święta liczby Pi.

X. Problemy milenijne

Cele projektu:

1. Przybliżenie problemów i zagadnień matematycznych.
2. Poznanie uznanych naukowców z dziedziny matematyki.
3. Pogłębienie wiedzy na omawiany temat.
4. Umiejętność pracy w grupie na rzecz osiągnięcia wspólnych celów, umiejętność zespołowego wykonywania zadań.
5. Rozwijanie i pogłębianie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 osobowej stworzą stronę internetową zaprojektowaną na bezpłatnym i ogólnodostępnym portalu. Na stronie internetowej zostaną zamieszczone informacje dotyczące zagadnień siedmiu problemów milenijnych:

- P vs NP: czy istnieją pytania, na które odpowiedź – jeśli się ją zna – można szybko zweryfikować, lecz których rozwiązanie – bez znajomości odpowiedzi – zabierze więcej czasu (mierzonego poprzez złożoność obliczeniową)?
- Hipoteza Hodge'a: czy na algebraicznych rozmaitościach rzutowych każdy cykl Hodge'a jest wymierną liniową kombinacją cykli algebraicznych? Hipoteza dotyczy algebraiczności wybranych klas kohomologii de Rhama.
- Hipoteza Poincarégo: „każda trójwymiarowa zwarta i jednorodna rozmaitość topologiczna bez brzegu jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową”.
- Hipoteza Riemanna: „część rzeczywista każdego nietrywialnego zera funkcji dzeta jest równa $\frac{1}{2}$ ”.
- Teoria Yanga-Millsa: próba opisanie jednym formalizmem matematycznym oddziaływania słabego, silnego i elektromagnetycznego.
- Równania Naviera-Stokesa: rozwiązania tych równań dla najbardziej skomplikowanych zjawisk hydrodynamicznych.
- Hipoteza Bircha i Swinnertona-Dyera: związana z przewidywaniem rozwiązywalności każdego równania diofantycznego.

XI. Figury niemożliwe

Cele projektu:

1. Zapoznanie uczniów z pojęciem figura niemożliwa.
2. Przedstawienie zjawiska złudzenia optycznego.
3. Pogłębienie wiedzy na omawiany temat.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 osobowej wcielając się w rolę reżysera, scenarzysty, montażysty, menedżera stworzą 4-5 minutowy film obrazujący omawiany temat. Projekt może być realizowany w formie WebQuesta.

XII. Historia diagramów i wykresów i jak nas oszukują

Cele projektu:

1. Przypomnienie historii wykresów.
2. Przedstawienie rodzajów wykresów i ich zastosowania do przedstawiania danych.
3. Zapoznanie z możliwościami przedstawiania danych na wykresach za pomocą odpowiednich kolorów, wielkości skali i wykorzystania grafiki.
4. Przedstawienie różnicy między procentem a punktem procentowym.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
6. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
7. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 – 5 osobowej przygotowują film lub prezentację i scenariusz lekcji o możliwościach przedstawiania danych statystycznych. Uczniowie omówią rodzaje wykresów stosowanych w zależności od rodzaju danych statystycznych. Podczas realizacji projektu uczniowie pokażą zastosowanie kolorów grafiki, wielkości słupków lub rodzajów skali by dane prezentowane na wykresach były korzystne dla osób prezentujących dane. W sytuacji wyboru opcji filmu trwać on będzie ok 3-5 min. Prezentacja i scenariusz lekcji będzie przeznaczony do wykorzystania na lekcji matematyki i może być rozszerzony o przygotowanie ćwiczeń do wykonania przez pozostałą grupę uczniów. Projekt może być realizowany w formie WebQuesta.

XIII. Matematyka w życiu codziennym

Cele projektu:

1. Przedstawienie zastosowania figur geometrycznych w budownictwie.
2. Proporcja jako przykład zastosowania matematyki w życiu.
3. Droga, prędkość, czas – wielkości od których zależy przemieszczanie się.
4. Pokazanie zastosowania działań matematycznych w czynnościach związanych z zakupami.
5. Zastosowanie pojęcia funkcji jako przykładu zależności produktu do marki.
6. Przedstawienie przykładu zawodów konnych jako zastosowanie wiedzy o funkcji kwadratowej.
7. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
8. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
9. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4- 5 osobowej zrealizują film przedstawiający omawiane zagadnienia. Uczniowie zbiorą materiały, wyselekcjonują je, napiszą scenariusz oraz dzięki odpowiednim programom i zastosowaniu TIK stworzą 5 minutowy film omawiający wybrane zagadnienia. Projekt może być realizowany w formie WebQuesta.

XIV. Niekonwencjonalne sposoby liczenia

Cele projektu:

1. Poznanie sposobów niekonwencjonalnego liczenia.
2. Zapoznanie ze sposobami liczenia z innych kultur – Indie, starożytny Egipt
3. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
4. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
5. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4- 5 osobowej zbiorą i wyselekcjonują materiał pokazujący sposoby szybkiego, sprytnego, niekonwencjonalnego liczenia. Uczniowie nagrają ok. 5 minutowy film pokazujący poznane metody. Projekt może być realizowany w formie WebQuesta.

XV. Wielkości w astronomii

Cele projektu:

1. Poznanie pojęcia astronomicznej jednostki odległości.
2. Zapoznanie z pojęciem astronomia.
3. Zapoznanie z zagadnieniami skal wielkości we wszechświecie.
4. Przybliżenia pojęcia liczb olbrzymich.
5. Przypomnienie zapisu notacji wykładniczej i pokazanie jej zastosowania w astronomii.

6. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
7. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
8. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Grupa będzie 5 osobowa. Każda osoba w grupie będzie miała za zadanie przyjęcie jednej z ról: Fotografą – Filmowca, Scenarzysty – Dziennikarza, Informatyka – Montażysty, Coacha – Menedżera oraz Reżysera.

Projekt może być realizowany w formie WebQuestu. Uczniowie wykorzystają informacje podane w źródłach, ale także poszukają innych materiałów.

Praca – film powinna zawierać takie informacje, jak: Co to jest jednostka astronomiczna? Uczniowie wyjaśnią pojęcia: dzień, rok, godzina świetlna. Jakie są odległości Ziemi od Księżyca? Jaki jest promień Słońca? Porównają wielkości ciał niebieskich. Co to jest parsek? Uczniowie podają informacje o liczbach olbrzymach i gdzie się je wykorzystuje w astronomii, pokażą zastosowanie notacji wykładniczej.

Efektom końcowym będzie film 3-5 minutowy. Czas projektu 3 miesiące.

XVI. Nachylenie tras

Cele projektu:

1. Poznanie zależności wyrażania nachylenia tras.
2. Poznanie pojęć: pochylenie podłużne, pochylenie wzdłużne, nachylenie podłużne, nachylenie wzdłużne.
3. Praktyczne wykorzystanie matematyki w oznaczaniu i budowaniu dróg, tras kolejowych, rowerowych, stoków i skoczni narciarskich.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie zdobycie informacji na temat:

NACHYLENIA TRAS (pojazdów szynowych, skoków narciarskich, tras zjazdowych, tras rowerowych i dróg) a dokładniej wykorzystania funkcji liniowej i trygonometrii przy projektowaniu tras.

Pracę swoją uczniowie mogą przedstawić w czasie lekcji matematyki w postaci 3-5 minutowego filmiku. Czas na realizację zadania do 3 miesięcy.

Film powinien zawierać takie informacje, jak: Co to jest pochylenie podłużne? Co to jest nachylenie stoku narciarskiego a stopień trudności stoku? Jak zamieniamy % na stopnie? Jak jest nachylenie skoczni narciarskich (nachylenie buli, nachylenie rozbiegu)? Porównajcie kąty nachylenia zeskoku w punktach K i L. Co to są geometryczne elementy skoczni? Jakie są nachylenia dróg rowerowych, transportowych kolejowych? Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XVII. Parabole tańczą

Cele projektu:

1. Przypomnienie pojęcia parabola, kierownica paraboli, ogniskowa paraboli.
2. Przedstawienie praktycznego wykorzystania funkcji kwadratowej.
3. Zapoznanie z metodami szybkiego szkicowania wykresu funkcji kwadratowej.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie będą pracować w grupach 4 – 5 osobowych. Poszukają informacji związanych z parabolą, jakie ma zastosowanie w praktyce. W przyrodzie, sporcie oraz balistyce. Zaprezentują, jak można łatwo narysować parabolę. Pracę swoją uczniowie przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci filmiku 3-5 minutowego. Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Każda osoba w grupie będzie miała za zadanie przyjęcie jednej z ról: Fotografą – Filmowca, Scenarzysty – Dziennikarza, Informatyka – Montażysty, Coacha – Menedżera oraz Reżysera. Praca uczniów powinny zawierać takie informacje, jak: Jak jest zastosowanie parabol? Co ma wspólnego krzywa balistyczna z parabolą?, Jaki jest tor lotu piłki? Jaki związek ma gejzer i wulkan z parabolą? Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XVIII. Fraktale

Cele projektu:

1. Zapoznanie z pojęciem fraktal.
2. Zapoznanie z budową fraktala.
3. Pokazanie występowania fraktali w przyrodzie, sztuce, muzyce, medycynie.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie poszukanie informacji na temat samopodobieństwa w przyrodzie, pokazanie czym jest krzywa Kocha i gdzie ją można „zobaczyć”. Uczniowie samodzielnie wykonają fragment fraktala. Pracę swoją przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci 3-5 minutowego filmiku. Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XIX. Wielomian a podobieństwo

Cele projektu:

1. Przypomnienie pojęć: parabola, hiperbola, okrąg, elipsa.
2. Wykorzystanie krzywych stożkowych w praktyce.
3. Zastosowanie systemów hiperbolicznych w żegludze morskiej i nawigacji.
4. Pokazanie zastosowania równań wielomianowych w architekturze i sztuce.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
6. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
7. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie zdobycie informacji na temat:

WIELOMIANÓW DWÓCH ZMIENNYCH a dokładniej WIELOMIANÓW OPISUJĄCYCH POWIERZCHNIE, jakie jest ich zastosowanie oraz pokazanie zastosowania w praktyce. Pracę swoją uczniowie przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci 3-5 minutowego filmiku. Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące.

Prace powinny zawierać takie informacje, jak: co to są paraboloidy obrotowe, co to jest róg Gabriela. Uczniowie powinni wyjaśnić pojęcie hiperbola i hiperboloida oraz pokazać jej wykorzystanie w życiu codziennym – np.: bryła katedry w Brazylii. Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XX. Diabelska sinusoida

Cele projektu:

1. Zapoznanie z pojęciami: ruch punktu po okręgu, diabelski młyn, obrót koła.
2. Przedstawienie połączenia matematyki z innymi dziedzinami życia – fala sinusoidalna, sinusoida – funkcja często pojawiająca się w matematyce, muzyce, fizyce, elektrotechnice i wielu innych dziedzinach.
3. Przypomnienie i utrwalenie wiadomości o mierze radianowej i mierze stopniowej.
4. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
5. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
6. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie zdobycie informacji na temat: SINUSOIDY i ruchu po okręgu. W czasie realizacji projektu uczniowie powinni uwzględnić informacje o mierze stopniowej i radianowej. Jaki związek ma diabelski młyn z sinusoidą? a dokładnie wykorzystaniu funkcji liniowej i trygonometrii przy projektowaniu tras. Pracę swoją uczniowie przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci filmiku 3-5 minutowego. Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XXI. Rzut na szczęście

Cele projektu:

1. Zapoznanie z pojęciami: loteria, paradoks hazardzisty, sprawiedliwa decyzja, wielokrotny rzut monetą, rzut na szczęście.
2. Rzut monetą jako przykład metody rozstrzygania sporów lub metody wyboru.
3. Zapoznanie z podstawowymi zagadnieniami rachunku prawdopodobieństwa.
4. Zapoznanie z paradoksem hazardzisty.
5. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
6. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
7. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie zdobycie informacji na temat: rachunku prawdopodobieństwa a dokładniej rzutu monetą. W swojej pracy mają zawrzeć informacje o loteriach i paradoksie hazardzisty. Pracę swoją uczniowie przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci 3-5 minutowego filmiku.

Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Grupa uczniów realizująca projekt będzie 5 osobowa. Każda osoba w grupie będzie miała za zadanie przyjęcie jednej z ról: Fotograf – Filmowca, Scenarzysta – Dziennikarza, Informatyka – Montażysty, Coacha – Menedżera oraz Reżysera. Projekt może być realizowany w postaci WebQusta. Uczniowie mogą wykorzystać informacje podane w źródłach, ale także poszukać innych materiałów.

Prace powinny zawierać takie informacje, jak: co to jest wielokrotny rzut? co oznacza pojęcie rzut na szczęście? co to jest sprawiedliwa decyzja?

XXII. Logarytmy wokół nas

Cele projektu:

1. Przypomnienie pojęcia logarytmu.
2. Poznanie pojęć: dźwięk, poziom natężenia dźwięku, skala logarytmiczna.
3. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
4. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
5. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów pracujących w grupie 3-5 osobowej będzie zdobycie informacji na temat zastosowania skali logarytmicznej i jej związku z dźwiękiem i poziomem natężenia dźwięku.

Pracę swoją przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci 3-5 minutowego filmiku lub prezentacji multimedialnej. Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Projekt może być realizowany w formie WebQuestu.

XXIII. Praktyczna planimetria – stereometria

Cele projektu:

1. Poznanie pojęć: loksodroma, ortodroma, odwzorowanie Merkatora.
2. Zastosowanie matematyki w kartografii, żeglarstwie.
3. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
4. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
5. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie pracować będą w 5 osobowej grupie. Każda osoba w grupie będzie miała za zadanie przyjęcie jednej z ról: Fotografą – Filmowca, Scenarzysty – Dziennikarza, Informatyka – Montażysty, Coacha – Menedżera oraz Reżysera.

Uczniowie będą mogli wykorzystywać informacje podane w źródłach w postaci WebQuesta, ale także będą poszukiwać innych materiałów.

Praca powinna zawierać takie informacje, jak: co to jest loksodroma oraz ortodroma? jaki ma związek odwzorowanie Merkatora z kartografią i żeglarstwem? co to są odwzorowania kartograficzne? Uczniowie przygotowują 3-5 minutowy film z przygotowanych i nakręconych materiałów. Projekt będzie trwał 3 miesiące.

XXIV. Okres połowicznego rozpadu

Cele projektu:

1. Poznanie pojęć: okres połowicznego rozpadu.
2. Pokazanie związku matematyki z innymi dziedzinami życia – chemia.
3. Pokazanie praktycznego zastosowanie matematyki – zapoznanie w jaki sposób można badać wiek znalezionej przedmiotu wykorzystując informacje o izotopie węgla c^{14} .
4. Przypomnienie pojęcia: proporcjonalność odwrotna.
5. Wykorzystanie wykresów do przedstawienia problemu matematycznego.
6. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
7. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
8. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Zadaniem uczniów będzie zdobycie informacji na temat: okresu połowicznego rozpadu. W swojej pracy mają zawrzeć informacje o sposobie obliczania wieku przedmiotu korzystając z metody okresu połowicznego rozpadu na podstawie izotopu c^{14} . Pracę swoją uczniowie przedstawią w czasie lekcji matematyki w postaci filmiku 3-5 minutowego.

Czas na realizację zadania maksymalnie 3 miesiące. Grupa uczniów realizująca projekt będzie 5 osobowa. Każda osoba w grupie będzie miała za zadanie przyjęcie jednej z ról: Fotografą – Filmowca, Scenarzysty – Dziennikarza, Informatyka – Montażysty, Coacha – Menedżera oraz Reżysera. Projekt może być realizowany w postaci WebQuesta. Uczniowie mogą wykorzystać informacje podane w źródłach, ale także poszukać innych materiałów.

Praca powinna również zawierać informacje na temat proporcjonalności odwrotnej, stosowania wykresów funkcji do zobrazowania rozwiązywania problemu.

XXV. Matematyka w biologii i chemii

Cele projektu:

1. Zastosowanie modelu DNA do wykonania gry.
2. Pokazanie związku matematyki z innymi dziedzinami życia – chemia, biologia.
3. Pokazanie przykładów praktycznego zastosowanie matematyki, np:
 - Krzyżówki genetyczne – logika,
 - Zjawisko amylazy – czytanie danych statystycznych,
 - Świat zwierząt – symetrie,

- Choroby genetyczne – prawdopodobieństwo,
 - Pojemność płuc- objętość,
 - Składniki moczu – rysowanie wykresów.
4. Rozwijanie zdolności manualnych.
 5. Przypomnienie poznanych pojęć z zakresu biologii i chemii.
 6. Poszerzanie wiedzy z dziedziny matematyki, chemii i biologii.
 7. Rozwijanie umiejętności pracy w grupie.
 8. Rozwijanie umiejętności planowania i zarządzania czasem.
 9. Rozwijanie umiejętności stosowania TIK.

Realizacja projektu:

Uczniowie w grupie 4 osobowej wykonają model przestrzenny – 3D DNA, który będzie planszą gry. Będzie się on składał z 12 par nukleotydów, czyli prezentujący czytelnie 1 skręt helisy. Poszczególne nukleotydy będą polami gry. Kolejne nukleotydy będą miały przypisane zadania do wykonania. Zadania będą z dziedziny biologii i chemii ściśle związane z matematyką. Zadania zostaną przygotowane na osobnych kartach. Gra będzie polegała na wspięciu się od dołu do góry rozwiązując zadania. Wygrywa osoba, która najszybciej stanie na najwyższym nukleotydzie. Na kolejny można przejść tylko po rozwiązaniu poprawnie wylosowanego zadania.

RUMUNIA

I. Trendy w mieszkalnictwie

W tym projekcie uczniowie stoją przed wyzwaniem zgłębienia starego budownictwa, zbadania obecnych trendów w budownictwie mieszkaniowym, zastosowania tych informacji w celu tworzenia prognoz na przyszłość oraz wykorzystania umiejętności modelowania geometrycznego do zaprojektowania domu, który potwierdzałby ich prognozy. Uczniowie stworzą rzut poziomy oraz podstawowy model domu przyszłości, który odzwierciedla cztery trendy, a następnie zaprezentują swój projekt i przedstawią argumenty w formie 10-minutowej prezentacji uzasadniające, dlaczego ich dom będzie konieczny i przydatny w przyszłości.

II. Malowanie ceramiki

Ten projekt uczy podstaw geometrycznych kształtów – typy, zgodność, podobieństwo, poprzez zlecenie uczniowi stworzenia projektu wzoru, który ma być namalowany na przedmiocie ceramicznym. Projekt ma zawierać co najmniej dwa różne kształty geometryczne i musi spełniać kryteria „piękny”, to znaczy musi wykazywać symetrię lub inne elementy, które czynią go atrakcyjnym.

III. Webquest dotyczący liczb magicznych

Uczniowie w zespołach zgłębiają swoją wiedzę na temat liczb – 0,1, e, pi, phi, 666, współczynnik srebra itp. Następnie omawiają wspólnie wiarygodność tego, co odkryli. Kolejnym krokiem jest przygotowanie 5 interesujących faktów oraz 5 błędnych przekonań na temat liczby, którą wybrali.

Uczniowie zostaną poinstruowani, aby skupić się na testowaniu kluczowych elementów historii, a nie tylko na ich powtarzaniu, oddzielając to co obiektywne, od subiektywnego.

IV. Funkcje transcendentalne i ich zastosowania

Uczniowie będą współpracować, aby zbadać kilka możliwych praktycznych zastosowań funkcji transcendentalnych w życiu codziennym, ucząc się wielu podstawowych pojęć tych funkcji i ich zastosowań w nauce i ekonomii, konsolidując swoją wiedzę na ten temat.

V. Inne pomysły i źródła

<http://www.math-labyrinth.eu/>

<https://maths.org/>

<http://www.radicalmath.org/main.php?id=SocialJusticeMath>

II.3

Metody aktywizujące na lekcjach matematyki

Metoda nauczania jest sposobem kierowania przez nauczyciela procesem uczenia się dla osiągnięcia podstawowych celów w zakresie wiadomości, umiejętności, postaw.

W. Skawiński 1980

Skuteczne nauczanie obliguje nauczyciela do stosowania różnych metod pracy.

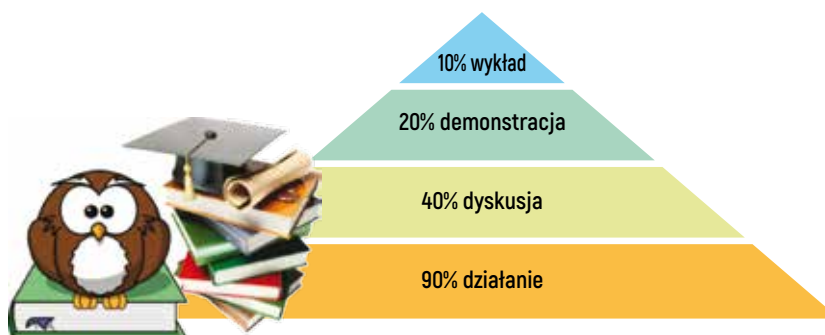
Oprócz metod tradycyjnych warto podejmować działania uaktywniające uczniów. Dokonując wyboru metody nauczyciel musi brać pod uwagę nowe techniki informacyjne oraz bazę szkoły. Wybór metody nauczania zależy od charakteru lekcji.

Zgodnie z zasadami współczesnej dydaktyki zaleca się stosowanie metod czynnościowych, ponieważ działania praktyczne i przekazywanie wiedzy innym przyczynia się do zwiększenia efektywności pracy ucznia.

Metody aktywne nie tylko służą lepszemu i ciekawszemu poznawaniu matematyki, ale też osiągnięciu wymienionych w podstawie programowej matematyki celów edukacyjnych związanych z wychowaniem.

Zgodnie z tzw. stożkiem Dale'a ludzie pamiętają:

10%	tego, co słyszą	(wykład)
20%	tego, co widzą	(demonstracja)
40%	tego, o czym rozmawiają	(dyskusja)
90%	tego, co robią	(działanie)



Metody aktywizujące są atrakcyjne dla ucznia, ale bardzo pracochłonne dla nauczyciela, szczególnie w fazie przygotowawczej.

Aktywizujące metody nauczania to wskazówki, sposoby działania, które pomogą uczniom:

- pogłębić zainteresowanie wspólną sprawą
- przyswoić bez trudu nową wiedzę
- rozwinąć własne pomysły i idee
- komunikować się
- dyskutować i spierać na różne tematy
- podjąć działania na rzecz własnego rozwoju.

Z definicji tej jasno wynika, że aktywizujące metody nauczania pozwalają na wykorzystywanie zdobywanych umiejętności kluczowych czyli kompetencji, do których należą uczenie się, myślenie, doskonalenie, komunikowanie, współpraca, działanie, poszukiwanie.

Metody aktywizujące to grupa metod nauczania, które charakteryzuje to, że w procesie kształcenia aktywność uczniów przewyższa aktywność nauczyciela.

Aktywizujące formy nauczania – to organizacyjna strona procesu nauczania – uczenia się, prowadząca do zwiększenia efektywności tego procesu. Obejmuje uczniów, łączy ich w odpowiednie grupy, organizując współpracę grup i jednostek między sobą, rodzaj zajęć, warunki miejsca i czas pracy.

Co przemawia za stosowaniem metod aktywizujących?

Nauczyciel pracujący metodami aktywizującymi w dość krótkim czasie odchodzi od swojej dotychczasowej roli nauczyciela – eksperta w kierunku nauczyciela:

- **doradcy** – który jest do dyspozycji, gdy uczniowie mają problem z rozwiązaniem trudnego zadania lub czegoś nie rozumieją, a także wtedy gdy nie są pewni;

- **animatora** – który inicjuje metody i objaśnia ich znaczenie dla procesu uczenia się, przedstawia cele i przygotowuje materiał do pracy;
- **obserwatora i słuchacza** – który obserwuje uczniów przy pracy i dzieli się z nimi tymi obserwacjami;
- **uczestnika procesu dydaktycznego** – który nie musi być doskonały i jest przykładem osoby, która uczy się całe życie;
- **partnera** – który jest gotowy modyfikować przygotowaną wcześniej lekcję w zależności od sytuacji w klasie.

I. Metody aktywizujące na lekcjach matematyki z wykorzystaniem TIK:

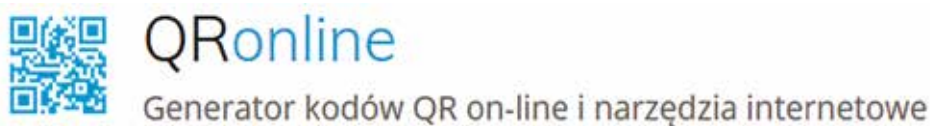
1. Kody QR
2. Quizizz
3. Flipquiz
4. Gamifikacja – Wordwall
5. WebQuest
6. Gra miejska: Actionbound, LearningApps

1. Kody QR

Kody QR – wszędzie widoczne kwadraciki, służące do kodowania adresów URL, tekstów, wizytówek. Szczególne przydatne narzędzie, jeśli wykorzystujemy w edukacji tablety, telefony z androidem. Wystarczy je tylko zeskanować, a gotowy problem, zadanie, działanie, obraz zostaje wyświetlony. Możemy również zakodować adres z platformą edukacyjną czy odnośnik to quizu lub gry matematycznej.

1) <https://www.qr-online.pl/>

<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2018/07/matematyka-nad-morzem-batyckim.html>



Aby wygenerować kod w programie: <http://www.qr-online.pl/>:

1. Wchodzimy na stronę.
2. Z paska narzędzi wybieramy opcję: dowolny tekst, adres URL, adres mail, wizytówkę.
3. Wpisujemy wybrany tekst.
4. Wybieramy jakość i rozmiar kodu.
5. Generujemy kod.
6. Po prawej stronie mamy polecenie POBIERZ jako.
7. Wybieramy jedną z opcji i pobieramy na komputer.
8. Zamieszczamy na stronie jako zdjęcie.
9. Możemy też wydrukować.



Praktyczne wykorzystanie – pomysł

W czasie warsztatów naukowych w Stegnie, miałam do przeprowadzenia lekcję matematyki – jak się okazało na plaży. Aby lekcja była ciekawa przygotowałam zadania zakodowane właśnie kodami QR. Klasa podzieliła się na drużyny 4 osobowe. Tym razem 10 zadań znajdowało się na osobnych karteczkach.



Każde zadanie miało swój osobny kod QR. Uczniowie telefonami komórkowymi skanowali kod i wtedy mogli przeczytać zadania. Drużyna mogła rozwiązać kolejne zadanie dopiero, gdy było poprawnie rozwiązane poprzednie. Po kolejne zadania, które miałam w kopertach przychodził lider grupy i po sprawdzeniu poprawności rozwiązania zadania otrzymywał kolejną karteczkę. Klasa pracowała na czas. Trzy zwycięskie drużyny otrzymały punkty za aktywność.

2) <http://mal-den-code.de/>

<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2018/07/matematyka-nad-morzem-batyckim.html>
<https://erasmusmathsilesia.wordpress.com/2018/02/11/spotkanie-c1-24-26-01-2018r/>



Aby wygenerować kod w programie: <http://mal-den-code.de/>

1. Wchodzimy na stronę.
2. Wybieramy opcję: strona internetowa lub tekst.
 - Jeśli wybierzemy opcję z linkiem do strony internetowej wtedy po rozwiązaniu i uzupełnieniu całego kodu zostaniemy przeniesieni do tej strony.
 - Jeśli wybierzemy opcję z tekstem wtedy po rozwiązaniu zadań, zamalowaniu i zeskanowaniu kodu QR pojawi się tekst i dodatkowo zostaniemy przeniesieni do przeglądarki internetowej z wyszukаныmi hasłami na stronach internetowych.
3. Wybieramy **Code zum ausmalen erstellen**
4. Generujemy kod QR
 - Można wybrać opcję: z liczbami lub literami
 - Na przykład z liczbami:
 - Poziom łatwy 1-6 liczb do zakodowania, gdzie 3 są dobre
 - Poziom średni 1 – 9 liczb – 5 dobrych
 - Poziom trudny 1-20 liczb – 10 dobrych
 - Otrzymujemy dwa kody QR: Pusty i pełny
5. Zadaniem uczniów jest rozwiązać zadania, w których odpowiedziami są liczby z dobrych odpowiedzi. Liczby te należy zamalować na pustym kodzie.
6. Skanujemy kod – otrzymujemy odpowiedź.

QR-Code zum herunterladen und ausdrucken:



Dodatkowo:

Jeśli wybierzemy opcję: ODER Lösungswort i wpisemy dowolny tekst np.: **wielomiany** i naciśniemy ostatni pasek **fertigen Code erstellen** wygeneruje się kod QR z odnośnikiem w wyszukiwarce internetowej pokazujący znalezione strony z wpisanym hasłem.

Praktyczne wykorzystanie – pomysł

Lekcja powtórkowa z trygonometrii. Warsztaty naukowe w Stegnie nad morzem Bałtyckim. Dla klasy pierwszej wygenerowałam kod w aplikacji. Kod ten posiadał niezamalowany środek, tzn. wypełniony



kwadracikami z liczbami od 1 do 20. Uczniowie otrzymali kartę pracy z 10 zadaniami powtórkowymi z trygonometrii. Wynikami – rozwiązaniami zadań należało zamalować odpowiednie kwadraciki znajdujące się w otrzymanym kodzie QR. W czasie rozwiązywania zadań uczniowie mogli korzystać z Wybranych Wzorów Matematycznych, jakie przywiozłam ze szkoły. Uczniowie rozwiązywali zadania w grupach 4-5 osobowych. Po zamalowaniu odpowiednich liczb i zeskanowaniu kodu QR pokazywał się uczniom napis informujący o zwycięstwie. Dla najlepszej grupy czekała słodka nagroda w postaci nadmorskich gofrów. Dodatkowo grupy zostały nagrodzone punktami z aktywności.

3) <https://app.qr-code-generator.com> (płatny)

Na wygenerowanie kodów można skorzystać z 14 dniowego okresu próbnego (tak wygenerowałam kody) – niestety później niektóre opcje programu przestają działać.

Program jest o tyle atrakcyjny, że kody można edytować, nadając im różne kształty i kolory.

Tym razem pod kodami ukryłam zadania logiczne oraz łamigłówki znalezione w Internecie. Sam pomysł polegał na stworzeniu kalendarza adwentowego z zadaniami. Po wydrukowaniu kolorowych kodów ozdobiłam je obrazkami związanymi ze świętami Bożego Narodzenia, a same kody ułożyłam w kształt choinki. Wszystko przykleiłam na drzwi pracowni matematycznej. Zadaniem uczniów było zeskanowanie kodu z konkretnej daty i przyniesienie rozwiązane zadania tego samego lub następnego dnia. Wszystkie zadania z podziałem na klasy zbierałam do końca grudnia. Po otrzymaniu rozwiązań uczniowie otrzymali dodatkowe punkty z aktywności w zależności od ilości rozwiązanych zadań. Kalendarz cieszył się bardzo dużym zainteresowaniem a drzwi były oblegane na każdej przerwie.

Dodatkowo program posiadał opcję, gdzie można było śledzić ilu uczniów zeskanowało konkretny kod.



2. Quizizz – <https://quizizz.com/>



<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2017/03/gamifikacja-na-lekcjach-matematyki.html>

Aplikacja quizizz jest bardzo prosta w obsłudze. Uczniowie logują się za pomocą wygenerowanego pinu, podają swoje imię. Logowanie może odbywać się na komputerze, tablecie czy też telefonie.

W quizie tworzy się pytania z czterema odpowiedziami, wśród których jedna jest poprawna – dokładnie model zadań zamkniętych na maturze z matematyki. Istnieje zatem możliwość zaznaczenia tylko jednej poprawnej odpowiedzi, pytania mieszają się za każdym razem niezależnie od nas i, co najważniejsze, pytania uczestnicy widzą bezpośrednio na swoim ekranie bez konieczności spoglądania na ekran wyświetlany przez nauczyciela.

Na koniec otrzymujemy zestawienie, które również możemy pobrać w formie pliku Excel. Zestawienie daje nie tylko wyniki poszczególnych uczniów i ranking na tle pozostałych, dodatkowo pokazuje trudność zadania. Przy każdym pytaniu wyświetla się sumaryczna ilość osób, które rozwiązały poprawnie, rozwiązały źle lub nie odpowiedziały na pytanie.

Po zakończonym quizie uczestnik widzi na swoim ekranie zestawienie wszystkich swoich odpowiedzi z podanymi prawidłowymi odpowiedziami.

Quiz instrukcja:

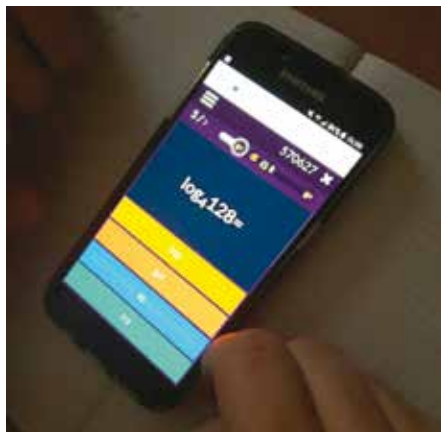
1. Otwórz <https://join.quizizz.com> w przeglądarce
2. Wprowadź 6-cio cyfrowy kod gry 430118, i kliknij „Kontynuuj”
3. Wprowadź swoje imię i kliknij „Dołącz do Gry!”
4. Po otrzymaniu awatara kliknij „Rozpocznij Grę”. Kliknij, aby rozpocząć!

Praktyczne wykorzystanie – pomysł

Lekcja powtórzeniowa z logarytmów.

Wykorzystałam również tę aplikację do przeprowadzenia sprawdzianu z działu geometria – czworokąty – zadania kodowane (poziom rozszerzony). Uczniowie mieli do rozwiązania 10 zadań. Zadania wyświetlały się bez ograniczenia czasowego, dopiero jak uczeń zaznaczył wynik przechodził do kolejnego zadania.

Sposób ten okazał się i ciekawy dla uczniów i dla mnie jako nauczyciela. Otrzymałam natychmiastowo raport o łatwości zadań oraz wszystkie potrzebne informacje dotyczące poszczególnych uczniów, które zadania rozwiązyali poprawnie a które nie.



3. Flipquiz – <https://flipquiz.me/>



flipquiz™
classic



Jest to narzędzie do tworzenia interaktywnej tablicy z pytaniami. W programie możemy stworzyć do 6 kategorii (wiersze) oraz 5 pytań w kategoriach (kolumny) razem 30 pytań. Pytania w kategoriach możemy ułożyć ze względu na trudność pytania. Punkty przyznawane są od 100 – 500 punktów. Te najłatwiejsze za 100 itd...

Korzystanie z tego rodzaju quizu przypomina program Va Bank. Uczniowie dotykają kostki wyświetlanej na tablicy multimedialnej (ewentualnie myszka czy wskaźnik na komputerze) z pytaniem, kostka się odwraca i odpowiadamy. W programie można ustawić czas na odpowiedź.



Instrukcja:

1. Wejdź na stronę: <https://flipquiz.me/>
2. Załóż darmowe konto: Sign Up for FREE
3. Po zalogowaniu klikamy: Create a Board
4. Wpisujemy nazwę tablicy
5. Wypełnij nazwę kategorii – 5 pytań od 100 do 500 punktów
 - Jeśli chcesz dodać następne kategorie naciśnij Add category (maksymalnie można dodać 6 kategorii)
6. Zachowaj tablicę – Save
7. Gotowe – Done – można grać
8. Plansze można edytować dodając kolor tła lub wzór – dostępne na dole strony
9. Do każdego pytania można dodać zdjęcie lub wideo.





















Instrukcja:

1. Załóż konto: <https://wordwall.net/pl/account/basicsignup?ref=home-benefit-cta>
2. Wybierz szablon
3. Dodaj elementy: zadania, równania, pytania...
4. Wydrukuj swoje zadania lub zagraj na ekranie

Portal Wordwall umożliwia zarówno tworzenie ćwiczeń interaktywnych, jak i do wydruku. Większość szablonów jest dostępna w obu wersjach.

FUNKCE PROGRAMU (źródło: <https://wordwall.net/pl/features>)

- Materiały interaktywne i do wydruku
 - **Materiały interaktywne** mogą być odtwarzane na dowolnym urządzeniu z dostępem do Internetu, takim jak komputer, tablet, telefon czy tablica interaktywna. Uczniowie mogą w nie grać sami lub pod opieką nauczyciela, zmieniając się w czasie zajęć.
 - **Materiały do wydruku** można bezpośrednio wydrukować lub pobrać jako pliki PDF. Mogą być uzupełnieniem ćwiczeń interaktywnych lub stanowić samodzielne ćwiczenia.
- Tworzenie za pomocą szablonów
 - Szablony zawierają znane klasyczne ćwiczenia, takie jak **Test** i **Krzyżówka**. Mamy też gry zręcznościowe, takie jak **Labirynt** i **Samolot**, a także narzędzia do zarządzania zajęciami, takie jak **Rozmieszczenie uczniów**.
- Zmiana szablonu
 - Po utworzeniu ćwiczenia możesz zmienić jego szablon za pomocą jednego kliknięcia. To oszczędza czas i jest doskonałym sposobem na **zróżnicowanie i utrwalanie**.

 <p>Połącz w pary Przeciągnij i upuść każde słowo kluczowe obok jego opisu.</p>	 <p>Ruletka Zakręć kołem i zobacz, co wypadnie.</p>	 <p>Test Seria pytań wielokrotnego wyboru. Wybierz poprawną odpowiedź, aby kontynuować.</p>
 <p>Otwórz pudełko Klikaj kolejno wszystkie pudełka, aby je otworzyć i wyświetlić ich zawartość.</p>	 <p>O rety! Kryty! Kryty pojawiają się pojedynczo. Aby wygrać, klikaj tylko odpowiednie z nich.</p>	 <p>Przebij balon Przebijaj balony, aby upuszczać kolejne słowa kluczowe na odpowiednie definicje.</p>
 <p>Sortowanie grup Przeciągnij i upuść każdy element do odpowiedniej grupy.</p>	 <p>Znajdź parę Wybierz pasującą odpowiedź, aby ją wyeliminować. Powtarzaj, aż znikną wszystkie odpowiedzi.</p>	 <p>Anagram Przeciągnij litery w odpowiednie miejsce, aby odszyfrować słowo lub wyrażenie.</p>
 <p>Krzyżówka Wykorzystaj podpowiedzi, aby rozwiązać krzyżówkę. Wybierz słowo i wpisz odpowiedź.</p>	 <p>Znajdź słowo Słowa są ukryte w siatce liter. Znajdź je tak szybko, jak tylko potrafisz.</p>	 <p>Samolot Używając dotyku lub klawiatury, wleć na poprawne odpowiedzi i unikaj tych niepoprawnych.</p>
 <p>Labirynt Dotrzyj do strefy poprawnej odpowiedzi, unikając wrogów.</p>	 <p>Teleturniej Test wielokrotnego wyboru z ograniczeniem czasowym, dodatkowymi życzeniami i rundą dodatkową.</p>	 <p>Wykres z etykietami Przeciągnij i upuść szpilki na odpowiednie miejsce na rysunku.</p>
 <p>Prawda czy fałsz Elementy szybko się przesuwają. Zobacz, ile zdołasz rozstrzygnąć, zanim skończy się czas.</p>	 <p>Losowych kart Losowo rozdaje karty, od przetasowanej talii.</p>	 <p>Rozmieszczenie uczniów Przeciągnij, aby rozmieścić miejsca. losowo wybierzesz ucznia lub wymieszasz miejsca.</p>

- Na przykład, jeśli stworzysz ćwiczenie: **Połącz w pary**, oparte na nazwach kształtów, możesz je zmienić w Krzyżówkę zostawiając dokładnie te same nazwy kształtów.
- Edycja ćwiczeń
 - Nie musisz korzystać z gotowych ćwiczeń. Jeśli znajdziesz ćwiczenie, które wymaga drobnych zmian, możesz łatwo **dostosować** materiał do swoich zajęć i stylu nauczania.
- Motywy i opcje
 - Materiały interaktywne mogą wykorzystywać różne motywy. Każdy motyw zmienia wygląd i sposób działania różnych grafik, czcionek i dźwięków.
 - Znajdziesz także dodatkowe opcje, które umożliwiają ustawienie zegara lub zmianę rozgrywki.
 - Materiały do wydruku także mają różne opcje. Na przykład można zmienić czcionkę lub wydrukować wiele kopii na stronie.
- Udostępnianie innym nauczycielom
 - Każde utworzone ćwiczenie można **upublicznić**. Pozwala to udostępniać łącze do strony ćwiczenia za pośrednictwem poczty elektronicznej, w mediach społecznościowych lub za pomocą innych środków. Umożliwia to także innym nauczycielom znalezienie danego ćwiczenia w wynikach wyszukiwania naszej społeczności, granie i tworzenie nowych ćwiczeń na jego podstawie.
 - Jeśli chcesz, możesz traktować ćwiczenia jako **prywatne**. Wtedy tylko Ty będziesz mieć do nich dostęp.
- Osadzanie na stronie internetowej
 - Ćwiczenia Wordwall mogą być umieszczane na innych stronach internetowych przy użyciu fragmentu kodu HTML. Działa to w taki sam sposób, jak funkcja osadzania filmów w serwisach YouTube lub Vimeo. Dzięki temu otrzymujemy interaktywne ćwiczenie na własnej stronie.
 - To świetny sposób, aby uatrakcyjnić własny blog lub wirtualne środowisko nauki (VLE) szkoły.
- Zadania dla uczniów
 - Ćwiczenia Wordwall mogą mieć charakter zadań do wykonania przez uczniów. Kiedy nauczyciel zadaje zadanie, uczniowie zostają skierowani do danego ćwiczenia i nie muszą odwiedzać jego strony głównej.
 - Ta funkcja może być używana **na zajęciach**, gdzie uczniowie mają dostęp do własnych urządzeń, lub jako **zadanie domowe**.
 - Wyniki każdego ucznia są zapisywane i udostępniane nauczycielowi.
- Gry wieloosobowe
 - Gra wieloosobowa to format, w którym wszyscy uczniowie uczestniczą **jednocześnie**, każdy na własnym urządzeniu. Nauczyciel kontroluje przebieg gry w czasie zajęć.
 - Niektóre gry polegają na rywalizacji. Na przykład Test, gdzie uczniowie jak najszybciej starają się udzielić poprawnej odpowiedzi. Inne, takie jak Burza mózgów, umożliwiają wspólną dyskusję.

Praktyczne wykorzystanie – pomysł

Lekcja powtórzeniowa – trygonometria kąta ostrego (w szczególności wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°)

Gra „O rety krety!”

Gra polega na trafianiu w kreta z dobrze zapisanym działaniem, który wyskakuje z ziemi. Otrzymujemy wtedy punkty. Każdą grę możemy ustawić na określony czas i ilość poziomów. Przy rozgrywce na określonym poziomie wyświetla się pasek z ubywającym czasem. Jeśli trafimy dobrego kreta szybko pokazują się następne, jeśli w złego kret dość długo nie znika a czas ubywa. Po zdobyciu określonej liczby punktów przechodzimy do następnego poziomu.

Gra bardzo dobrze sprawdza się na telefonach komórkowych i tabletach, gdzie każdy uczeń może samodzielnie spróbować swoich sił. Aby przygotować grę należy opracować od 1 do 30 pytań dobrych i tyle samo złych. Wprowadzić w szablon i gotowe. Szablon gry można zmieniać. Te same pytania można wykorzystać przełączając się na **przebij balon** lub **prawda fałsz**.



5. WebQuest – <http://alfabetmatematyki.blogspot.com/>

WebQuest – rodzaj metody projektów zorientowanej na uczniowskie badania w oparciu o instrukcję umieszczoną na stronie internetowej. Wyściowym źródłem informacji w badaniach uczestników projektu jest Internet. Źródła online mogą być uzupełnione materiałami podręcznymi.

Forma WebQuestu przypomina tradycyjny projekt z elementami kursu e-learningowego.






Wykorzystując tę metodę po raz pierwszy poprosiłam, by klasa podzieliła się na 6 grup projektowych po 5 osób w każdej grupie. Wcześniej uczniowie mieli za zadanie przydzielenie sobie ról liderów, aby móc wylosować temat realizowanego projektu.

Następnie każda z grup musiała dokonać podziału na rolę wewnątrz grupy:

FOTOGRAF - FILMOWIEC	SCENARZYSTA - DZIENNIKARZ	INFORMATYK - MONTAŻYSTA	A COACH/ MANAGER	REŻYSER
				
Zadaniem Fotografa - Filmowca będzie wyszukanie, wykonanie zdjęć i filmów dotyczących zadanego tematu.	Zadaniem Dziennikarza - Scenarzysty będzie przygotowanie scenariusza z zebranych informacji od Coucha i Reżysera.	Informatyk - Montażysta wykona film z informacji i notatek przygotowanych przez Dziennikarza i Filmowca	Couch zbierze informacje na temat procesów wymaga- nych dla zapewnienia osiągnięcia celów we właściwym czasie: <ul style="list-style-type: none"> • Planowania • podejmowania decyzji • monitorowania • realizacji 	Reżyser zbierze informacje na temat realizowanego projektu , opracuje notatki potrzebne do wykorzystania w filmie oraz przygotuje informacje potrzebne do zaprezentowania filmu.

Po dokonaniu podziałów, wszystkie grupy zostały przeszkolone, gdzie znajdą informację na temat swojej pracy projektowej, zadania jakie przed nimi stoi oraz tego w jaki sposób będą uczniowie oceniani. Wszystkie te informacje znalazły się na WebQuestach, jakie stworzyłam osobiście na potrzeby tego projektu. Każda z grup miała swojego OSOBNEGO WebQesta.

<p>WIELKOŚCI W ASTRONOMII</p> <p>Tematyka: nazwy wielkich liczb (potęgi, notacja wykładnicza), masy planet, porównanie wielkości ciał niebieskich, jednostki astronomiczne.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=u5gu0f-15Q8</p>	
<p>NACHYLENIE TRAS</p> <p>Tematyka: pochylenie podłużne, zamiana % na stopnie, nachylenie stoku narciarskiego, drogi, trasy rowerowej, trasa pod górę, nachylenie trasy pojazdów szynowych.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=yBnByhwuyhM</p>	

<p>TAŃCZĄ PARABOLE</p> <p>Tematyka: wulkan, gejzer, krzywa balistyczna, tor lotu piłki, fontanna.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=kOULzQRjIpE</p>	
<p>FRAKTALE</p> <p>Tematyka: samopodobieństwo w przyrodzie, krzywa Kocha, zbiór Mandelbrota.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=tt7ACRtnRg8</p>	
<p>DIABELSKA SINUSOIDA</p> <p>Tematyka: ruch punktu po okręgu, diabelski młyn, obrót koła.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=o5nnRNRAjPk</p>	
<p>RZUT NA SZCZĘŚCIE</p> <p>Tematyka: loteria, paradoks hazardzisty, sprawiedliwa decyzja, wielokrotny rzut monetą, rzut na szczęście.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=MBqaaX37YhU</p>	
<p>WIELOMIAN A POWIERZCHNIA</p> <p>Tematyka: paraboloidy obrotowe, róg Gabriela, sfera, hiperboloida w architekturze, chłodnie kominowe jedno i dwupowłokowe.</p>	

Budowa WebQuestu:

WebQuest to strona internetowa, na której znajdują się informacje dla grup pracujących metodą projektu:

- Na stronie głównej – informacja o WebQuestcie, informacje o autorze, czas trwania projektu, wykorzystanie projektu.



Dalej zakładki:

- **Wprowadzenie** – krótka i zwięzła informacja związana z tematem projektu, najważniejsze pojęcia
- **Zadanie** – przedstawienie zadania projektowego – krótko i rzeczowo – w naszym projekcie było to nakręcenie filmu 3-5 minutowego w czasie maksymalnie 3 miesięcy.
- **Proces** – tutaj opisane zostały role – za co kto będzie odpowiedzialny w projekcie zgodnie z wcześniejszym podziałem
- **Źródła** – baza linków do materiałów związanych z tematem projektu
- **Kryteria oceniania** – tabelka z punktacją za działania związane z projektem
- **Konkluzja** – opis i ocena po projekcie

Każda grupa projektowa na początku projektu, stworzyła kalendarz działań projektowych i regularnie raz na 3-4 tygodnie składała drogą mailową sprawozdanie z kolejnych etapów realizacji projektu. Również raz na 4 tygodnie uczniowie mieli możliwość konsultacji z opiekunem projektu (ze mną).

	1	2	3	4	5	6
	Weryfikacja i ocena zebranych materiałów "Wielomiany"					Opracowanie filmu "Parabole tańczą"
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
Wybór materiałów filmowych "na poziomie" "Wielomiany"			Zdobranie informacji na temat podobieństwa wykładniczych w przypadku "traktat"	Analiza projektu filmowego "Wielkość w astronomii"		Przygotowanie prezentacji ustnej "Parabole tańczą"
21	22	23	24	24	26	27
					Skonwersja filmu w tabelę "Wielkość w astronomii"	
28	29	30				

Ewaluacja

Po oddaniu prac wszyscy uczniowie klasy biorący udział w projekcie matematycznym wzięli udział w ewaluacji.

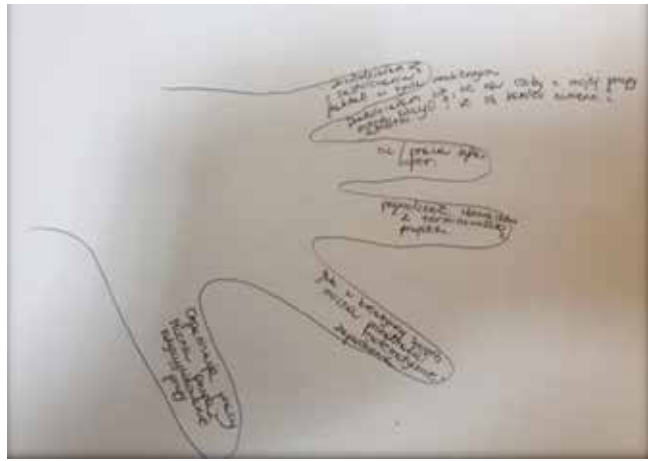


Wykorzystano metodę:

- **Termometru**
- **Metodę dłoni**

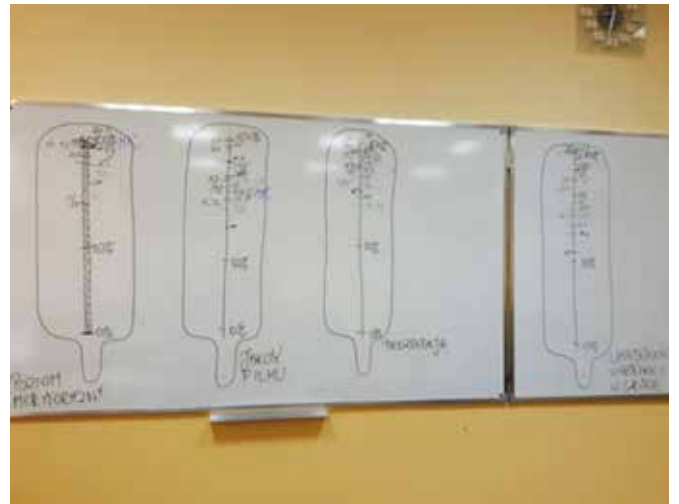
Metoda dłoni polega na narysowaniu na kartce swojej dłoni i odpowiedzeniu na pytania pisząc na poszczególnych palcach odpowiedzi.





Metoda termometru polega na narysowaniu termometru i zaznaczeniu skali procentowej lub punktowej od 0 do 100. Uczniowie podchodząc do tablicy zaznaczają przyznane punkty w kategoriach:

- Jakość filmu
- Prezentacja i przedstawienie celów realizowanego tematu
- Umiejętność współpracy w grupie
- Poziom merytoryczny filmu



Celem uczestnictwa uczniów w projekcie było:

- 1) Zrozumienie przez uczniów wagi rozwijania kompetencji matematycznych.
- 2) Przekonanie uczniów do użyteczności zdobywanej wiedzy.
- 3) Pokazanie celowości motywowania w podejmowaniu wysiłku intelektualnego.
- 4) Nabycie kompetencji matematycznych na poziomie który obejmuje: dokonywanie analizy i syntezy, dedukcji, myślenie przestrzenne, abstrakcyjne, strategiczne.

6. Gra miejska

Wykorzystanie aplikacji Actionbound – <https://en.actionbound.com/> Oraz <https://learningapps.org/>



Gry terenowe bywają okazją na przeniesienie procesu nauczania poza szkolne mury.

Uczniowie zyskują możliwość samodzielnego działania, rozwijania umiejętności pracy w grupie, praktycznego zastosowania nabytej w szkole wiedzy.

Po rejestracji na stronie: na stronie <http://en.actionbound.com> możemy przystąpić do utworzenia gry terenowej (bound).

Funkcja **INFORMATION**, umożliwia zapisanie instrukcji dla uczestników zabawy.

Funkcja **STAGE** pozwala, aby uczestnicy gry poruszali się po terenie z wykorzystaniem mapy. Po jej wybraniu wpisujemy nazwę miejscowości, w której odbędzie się gra. Wtedy na ekranie pojawi się plan terenu wraz z nazwami ulic i najważniejszych obiektów. Klikając w dowolną lokację określamy miejsce akcji naszej gry.

Funkcja **FIND SPOT** pozwala na dotarcie do konkretnej lokacji na planie. Dzięki niej stworzymy zadanie, które zostanie zaliczone wtedy, gdy GPS smartfona jednego z uczniów potwierdzi, że znalazł się w miejscu, które wskazaliśmy na planie.

Funkcja **QUIZ** umożliwia zadawanie grupom punktowanych pytań. Do pytania możemy dołączyć dowolny obraz, zdjęcie, film lub plik dźwiękowy. Pytania mogą być dowolnie punktowane. Można również zdecydować o limicie czasu na udzielenie odpowiedzi oraz o ilości możliwych odpowiedzi (aż do poprawnej). Możemy również stworzyć podpowiedź (hint).

Funkcja **MISSION** umożliwia dodanie zadania do wykonania przez grupę, np. wpisanie odpowiedzi, zrobienie i załączenie zdjęcia, filmiku, nagrania dźwiękowego. Autor gry terenowej zobaczy wysłane przez uczniów materiały na swoim profilu w aplikacji Actionbound i wtedy może je dopiero ocenić.

Funkcja **SCAN CODE** pozwala na umieszczenie w dowolnym miejscu kodu QR, który uczniowie muszą zeskanować i odczytać w nim zawarte informacje.

Funkcja **SURVEY** – pozwala na stworzenie ankiety na dowolny temat

Funkcja **TOURNAMENT** pozwala na stworzenie wyzwania dla uczestników grupy, np. kto zna słowa piosenki, kto najdłużej zachowa równowagę na jednej nodze, itp.

Aby zagrać w grze terenowej potrzebujemy smartfona z zainstalowaną aplikacją Actionbound. Jest ona dostępna w Google Play oraz w App Store.

Po uruchomieniu aplikacji mobilnej należy za jej pomocą zeskanować kod QR, który załaduje do naszego urządzenia przygotowaną przez nas grę. Kod ten znajduje się w profilu autora gry, możemy go pobrać w formie pliku pdf, a następnie wydrukować. Po zeskanowaniu kodu grupa wpisuje swoją nazwę i podaje imiona graczy.

Następnie na ekranie smartfona będą się wyświetlały kolejne zadania – punkty na naszej trasie gry. Autor gry na swoim profilu w aplikacji w czasie rzeczywistym może obserwować zdobyte punkty przez poszczególne grupy, oraz gromadzić i obserwować nadesłane pliki.

Praktyczne wykorzystanie – pomysł:

W czasie realizacji mobilności uczniów w Polsce projektu Erasmus+ KA219 Edukacja Szkolna „Nowoczesne i aktywizujące metody rozwijania kompetencji matematycznych”, w której to wzięła udział młodzież z IV Liceum Ogólnokształcącego im.gen Stanisława Maczka w Katowicach, Liceo Scientifico Classico E. Toricelli z Somma Vesuviana Napoli z Włoch oraz Colegiul Energetic Ramnicu Valcea w Rumunii, przygotowałam matematyczną grę miejską „Katowice Challenge”.

Celem gry było połączenie poznania naszego miasta oraz dobrej zabawy matematycznej.

Szczegółowe cele matematycznej gry miejskiej:

- Poznanie topografii Katowic
- Zapoznanie uczestników z wybranymi obiektami architektonicznymi miasta
- Integracja zespołów międzynarodowych
- Doskonalenie komunikacji językowej – język angielski
- Rozwijanie umiejętności wnioskowania
- Rozwijanie myślenia strategicznego
- Planowania kolejnych kroków postępowania w celu rozwiązania problemu
- Kształtowanie umiejętności pracy w zespole
- Kształtowanie postaw kreatywności, negocjacji
- Rozwijanie myślenia abstrakcyjnego i rozumowania
- Nabywanie umiejętności uczenia się z wykorzystaniem różnych źródeł informacji.

Opracowałam trasę na terenie centrum Katowic, na której znajdowały się znaczące obiekty architektoniczne a do nich z kolei były przypisane poszczególne zadania.

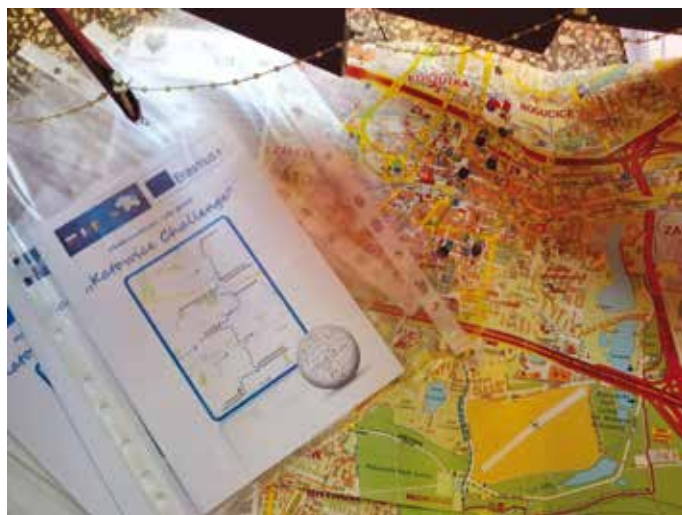
Każda grupa uczniów – składająca się z 2 uczniów z Polski, 2 z Włoch i 2 z Rumuni wraz z opiekunem otrzymała:

- Paszport – w którym znajdowały się 2 tabelki: jedna z miejscem na odpowiedzi i punktację za wykonane zadania oraz druga gdzie uczniowie wpisywali swoje imiona oraz nazwę drużyny.
- Mapa Katowic z zaznaczonymi punktami architektonicznymi (na wypadek gdyby aplikacja nie zadziałała)
- Kod QR – kluz rozpoczynający grę w aplikacji stronie <http://en.actionbound.com>

Cała trasa i zadania zostały również opracowane w aplikacji <https://en.actionbound.com/>

Na naszej trasie znalazły się:

- **NOSPR** – zadaniem uczniów było zapoznanie się z informacją o muzycznych logarytmach – zależność ilości chochągiewek na nutach od długości danej nuty, która wylicza się ze wzoru wykorzystującego logarytm – tam również uczniowie mieli do ułożenia memo – logarytmy opracowane w aplikacji Learning Apps <https://learningapps.org/watch?v=pbsjfk9zn18>
- **Pomnik Powstańców Śląskich** – zadanie polegało na przesłaniu zdjęcia całej grupy na tle pomnika
- **Uniwersytet Śląski – Instytut Matematyki** – uczniowie zapoznali się z życiem i dokonaniem Stefana Banacha a za zadanie mieli do ułożenia puzzle – zdjęcie Banacha na czas, które było opracowane w aplikacji <https://www.jigsawpuzzle.com/>
- **Teatr Śląski** – do ułożenia zadań na stanowisku przy teatrze skorzystałam z informacji historycznych o tym obiekcie oraz z informacji w bazie Głównego Urzędu Statystycznego (informacje o przedstawieniach i teatrach w Polsce)
- **Urząd Marszałkowski Województwa Śląskiego** – zadaniem uczniów było zapoznanie się z informacjami dotyczącymi powstania budynku oraz danymi technicznymi i historycznymi. Zadania dotyczyły obliczeń na prędkość, przeliczania jednostek oraz skali.
- **Katedra Chrystusa Króla** – zadanie polegało na przesłaniu zdjęcia katedry.



Do wszystkich miejsc na trasie prowadziła aplikacja na zasadzie GPS. Grupy musiały odnaleźć HOT SPOT przy konkretnym z wymienionym powyżej obiektów, aby dostać dodatkowe punkty.

Dodatkowo na wszystkich stanowiskach uczniowie mieli opracowane wydrukowane materiały na wypadek, gdyby aplikacja nie zadziałała. Tam też od osób opiekujących się stanowiskiem otrzymywali punkty za wykonanie zadania, które były wpisywane do paszportu.

Każda grupa z opiekunem zaczynała grę w innym miejscu i miała opracowaną osobną trasę odwiedzania obiektów. Po odwiedzeniu wszystkich miejsc, grupy wracały do szkoły. Wtedy podliczaliśmy punkty. Zwycięska drużyna otrzymała bardzo atrakcyjne nagrody rzeczowe.



Nasza GRA – KATOWICE CHALLENGE

<https://actionbound.com/bound/katowicechalleng>



II. Metody aktywizujące na lekcjach matematyki z wykorzystaniem TIK i nie tylko:

1. Triomino
2. Krzyżówki
3. Uczniowskie Forum Naukowe
4. Lekcje doświadczenia
5. Matematyka w terenie
6. Matematyczny Escape Room
7. Projekty matematyczne:
 - a) Gry dydaktyczne
 - b) Filmy
 - c) Strony internetowe
8. Nabój matematyczny

1. Triomino

<http://paul-matthies.de/Schule/Trimino.php>

Gra polega na ułożeniu kształtu z trójkątnych kartoników, tak aby każdy bok trójkąta pasował do innego boku zgodnie z przyjętą zasadą, np.: pytanie – odpowiedź.

Generator do triomino jest bardzo łatwy w obsłudze. Możemy wybrać trzy rodzaje kształtów – gwiazdę – składającą się z 12 elementów, kształt trójkąta – 9 elementów do ułożenia oraz kształt sześciokąta – 24 elementy do ułożenia.

Ilość elementów odpowiada ilości pytań i odpowiedzi. Po wybraniu ilości elementów przechodzimy dalej i wpisujemy pytania i odpowiedzi do nich pasujące. W generatorze jest mini edytor równań (niestety nie zawsze działający). Ja wykorzystałam triomino do powtórki przy funkcji liniowej, funkcji kwadratowej oraz w rozwiązywaniu równań wielomianowych.

Triomino okazało się również ciekawym urozmaiceniem dnia otwartego w szkole. Zadania dotyczyły prostych równań a odpowiedzi pasujące do tych równań były przedstawione w formie prostych obliczeń procentowych.



2. Krzyżówki

Generatory:

- Hot Potatoes <https://hotpot.uvic.ca/index.php>
- <https://crosswordlabs.com/>
- <https://www.krzyzowki.edu.pl/generator.php>
- <http://www.classtools.net/crossword/>



Crossword Labs

[Make a Crossword](#) [Find a Crossword](#) [About](#) [Login/Sign Up](#)

Krzyżówki matematyczne służą:

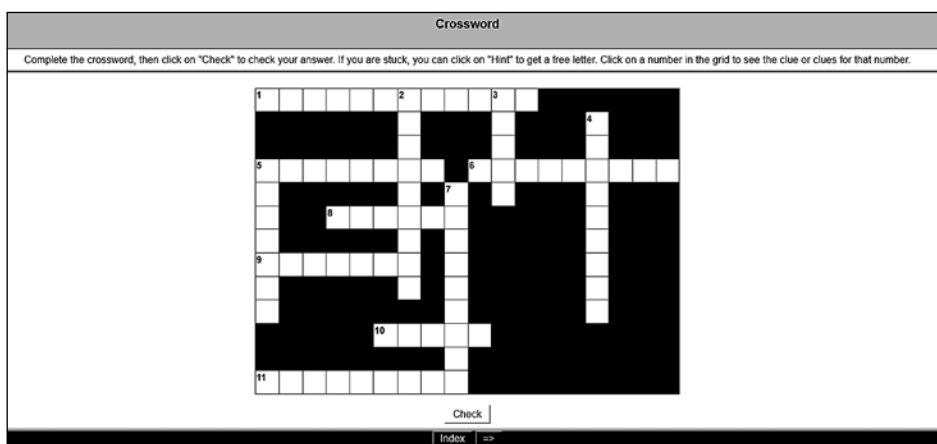
- 1) Popularyzacji wiedzy matematycznej wśród młodzieży
- 2) Wzbogacają słownictwo matematyczne.
- 3) Kształtują poznawanie pojęć matematycznych.
- 4) Oswajają z różnymi, równoważnymi definicjami pojęć.
- 5) Kształtują umiejętności korzystania ze słowników matematycznych, podręczników i innych źródeł informacji.
- 6) Wdrażają do samodzielnego czytania ze zrozumieniem zadań i poleceń matematycznych.
- 7) Rozwijają umiejętności:
 - logicznego myślenia,
 - spostrzegawczości,
 - odkrywania reguł i prawidłowości,
 - dokonywania analizy i syntezy.

Generatory są bardzo intuicyjne. Wybieramy generator w zależności od potrzeb ilości haseł, jakie mają się znaleźć w krzyżówce. Po wpisaniu haseł możemy krzyżówkę udostępnić lub pobrać w postaci pliku pdf w wersji pustej do wypełnienia z dołączonymi pytaniami z podziałem – pion – poziom oraz krzyżówki wypełnionej, aby wiedzieć jak ona wygląda po prawidłowym rozwiązaniu.

Praktyczne wykorzystanie – pomysł

Krzyżówki można wykorzystać po poznaniu nowych pojęć matematycznych lub w konkursach matematycznych.

- Mogą one być zamieszczone na stronie internetowej, jako interaktywne zadanie domowe do przećwiczenia <https://drive.google.com/file/d/1MWZRah7UP52FHiVULJkGQ-xr7vSXbuk/view?usp=sharing>



- lub wydrukowane w formie tradycyjnej papierowej



3. Uczniowskie Forum Naukowe

Czym jest forum?

Uczniowskie Forum Naukowe to krótkie, pełne pasji wystąpienie na dowolny temat, przygotowane przez uczniów pod okiem nauczyciela, przez cały rok. W trakcie przygotowań uczniowie zbierają materiały, pogłębiają wiedzę na wybrany przez siebie temat, uczą się sztuki poprawnej wymowy oraz interesującej prezentacji i ćwiczą swoje wystąpienia przed kamerą, a następnie występują na forum.

Wprowadzając **Uczniowskie Forum Naukowe (UFoN)** rozpoczęłam od przeprowadzenia lekcji mówiącej o sztuce prezentacji oraz o tym, jak będzie wyglądała praca uczniów. Przygotowałam prezentację multimedialną opracowaną w PREZI na temat wystąpień publicznych oraz na temat dobrze wykonanej prezentacji. Zwróciłam uwagę na najważniejsze elementy zarówno wypowiedzi prowadzących przyszłe fora, sposobu prezentacji informacji jak i formy wykonanej prezentacji multimedialnej. Ustaliłam z uczniami tematykę i podział osób, oraz formy pracy. Wyzaczyliśmy 10 zespołów 3 osobowych, które raz na 3 tygodnie będą przedstawiały wybrany temat. Elementem dodatkowym będzie również przygotowanie gazetki tematycznej. Wyzaczyłam termin konsultacji dla uczniów.

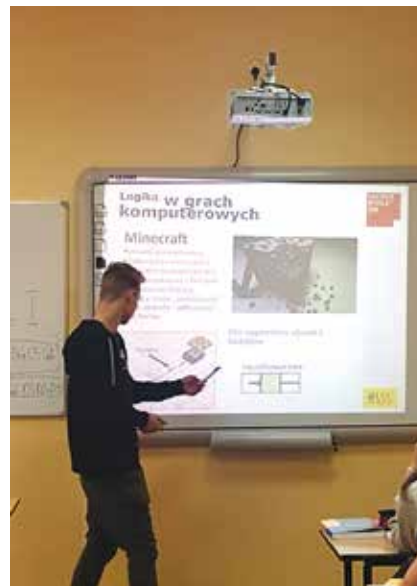
http://prezi.com/lfv0gvotemvi/?utm_campaign=share&utm_medium=copy&rc=ex0share

Przykładowa tematyka:

- Matematyka a finanse rodziny
- Jak rozszyfrowano maszynę Enigmy.
- Najślynniejsi spośród matematyków świata i ich osiągnięcia.
- Zagadki matematyki, których dotąd nie rozwiązano i ich twórcy.
- Matematyka w żeglarstwie.
- Wykorzystanie matematyki w technologiach IT.
- Matematyka a zagospodarowanie przestrzeni.
- Matematyka w naukach przyrodniczych.
- Zastosowanie matematyki w lotnictwie.
- Miary dawniej i dziś.

Wszystkie tematy są związane z matematyką. Celem moim było, by to była matematyka użyteczna, taka która występuje w życiu codziennym a nie zawsze sobie z tego zdajemy sprawę.

Chciałam zachęcić uczniów do szukania materiałów, ciekawego ich prezentowania i przełamania swojego strachu przez publicznymi wystąpieniami. Dodatkowym atutem całego naszego przedsięwzięcia było dzielenie się wiedzą z młodszymi kolegami z klasy 1 oraz uczniami z zaprzyjaźnionych szkół podstawowych.



4. Lekcje – doświadczenia

W czasie lekcji matematyki wykonałam z klasą pierwszą doświadczenie dotyczące wyznaczania **środkła ciężkości trójkąta**.

Uczniowie pracując w grupach otrzymali kolorowe kartki bloku technicznego, sznurki, spinacze, plastelinę oraz ołówki. Z kartek należało wyciąć dowolny trójkąt. Następnie zrobić dziurki w wierzchołkach i zawiązać przez te dziurki otrzymane 3 kawałki sznurka, każdy kawałek w jednej dziurce. Sznurek musiał być tak zawiązany, aby ok 3 cm sznurka było za miejscem wiązania a pozostała część – dłuższa niż trójkąt – zwisała swobodnie. Następnie do każdego takiego sznureczka – jego dłuższej części – należało przywiązać spinacz, który obciążał ten sznurek. Dzięki temu sznurek się prostował i trzymając za krótką część sznurka jego dłuższa część swobodnie zwisała.



Dalej uczniowie pracując w parach mieli za zadanie narysować linie prostą wzdłuż zwisającego swobodnie sznurka obciążonego spinaczem. I tak trzy razy, obracając trójkąt i wykonując te same czynności z każdego wierzchołka. Sukcesem była sytuacja jeśli wszystkie narysowane linie w trójkącie przecięły się w jednym miejscu. Zdecydowanej większości grup udało się to zrobić. Linie narysowane przez uczniów to środkowe w trójkącie. A punkt przecięcia się tych środkowych to **środek ciężkości trójkąta**.



Następnie uczniowie wbili do plasteliny ołówek ostrą częścią a na jego zakończeniu z gumką położyli trójkąt w punkcie przecięcia środkowych. Było to sprawdzeniem czy środek ciężkości jest dobrze wyznaczony. Trójkąty się nie przychyłały. Doświadczenie zakończyło się pełnym sukcesem. Jako ciekawostkę uczniowie również pomierzyli odcinki wyznaczone na środkowych przez środek ciężkości. Okazało się że są w stosunku 2:1.

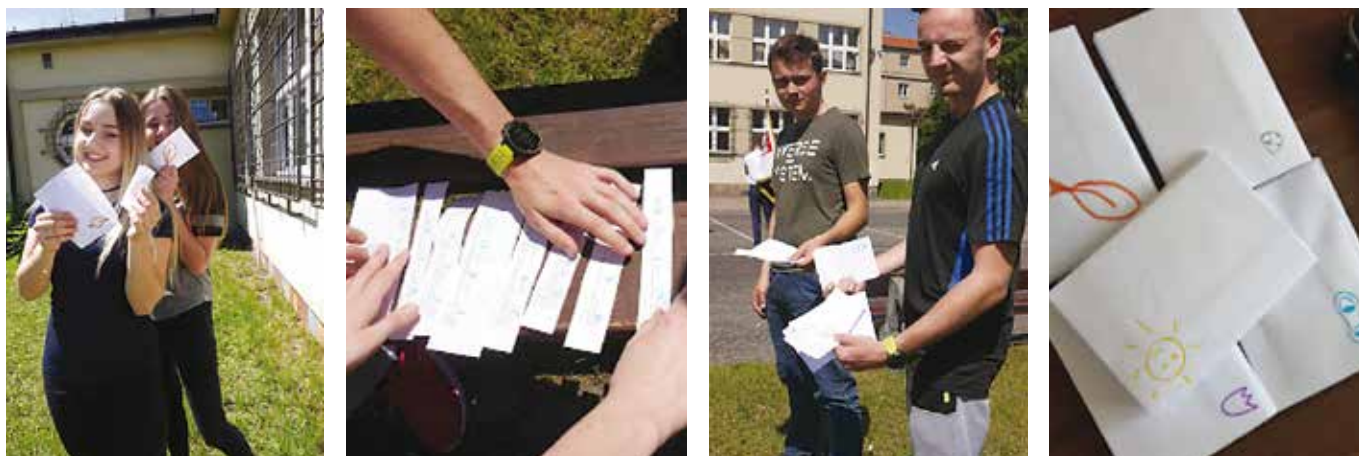


Na koniec przeprowadziliśmy dyskusję gdzie w praktyce wykorzystujemy środek ciężkości przedmiotów: skok o tyczce, transport w samolotach, samochodach, konstrukcja łózek.

5. Matematyka w terenie

Dla klasy pierwszej przygotowałam grę na terenie boiska szkolnego. Klasa została podzielona na pięć zespołów liczących 5 – 6 osób. Liderzy drużyn wylosowali obrazki przypisane danej drużynie: pomarańczowy listek, żółte słońce, zielony kwiatek, niebieskie oczy, fioletowy kwiatek dzwoneczek.

Zadaniem drużyn było znalezienie pochowanych 10 kopert na boisku i wokół boiska szkolnego. Każda koperta była oznaczona symbolem drużyny. W kopercie było umieszczone zadanie typu zamkniętego z odpowiedziami A, B, C, D. Przy odpowiedziach dodatkowo kolorem zgodnym z symbolem drużyny umieszczałam przypadkowe litery w tym przy odpowiedzi prawidłowej dobrą literę. Po odnalezieniu wszystkich kopert i rozwiązaniu zadania litery z rozwiązań tworzyły hasło matematyczne – dziesięcio-literowe.



Uczniowie z niesamowitym zapałem szukali kopert i miejsc gdzie one mogą być ukryte. Biegali, spacerowali, szukali wokół płotu i na parapetach. Obierali różne strategie, niektórzy rozwiązywali zadania od razu po znalezieniu koperty, niektórzy po znalezieniu wszystkich dziesięciu kopert.

Rywalizacja była bardzo zacięta. Zadania jakie wykorzystywałam dotyczyły geometrii płaskiej, trójkątów i ich własności oraz kątów i trygonometrii. Zadania pochodzą z serwisu zadania.info.



6. Matematyczny Escape Room

Scenariusz gry:

Szalony matematyk uwięził graczy i testuje ich umiejętności matematyczno-analityczne. Nagrodą za poprawne rozwiązanie zagadek będzie na końcu gry wybranie jednej z 3 kopert, w których znajduje się kod do drzwi.



Za jednymi drzwiami jest pokój z szalonym matematykiem, za drugimi wyjście, a za resztą gracz przegrywa.

Gracze muszą wybrać dobrą kopertę na podstawie informacji z zadań.

W Sali lekcyjnej stoliki są ponumerowane, do trzech stolików od spodu są przyklejone koperty, tylko jedna ma kod do skrzynki w której znajduje się klucz. Numer odpowiedniego stolika to wynik działania, które jest napisane na kartce A4 i przyklejone do tablicy. Uczniowie po wytypowaniu stolika muszą znaleźć kopertę z kodem. (Zerwanie złej koperty równa się z wypuszczeniem neurotoksyn i niechybną śmiercią. Skracamy czas możliwości na rozwiązanie zagadki do 1 min)

$$\log_2 4 - \log_2 8 + \log_2 16 + \log_2 32 = 8 \text{ (numer stolika będzie 8)}$$

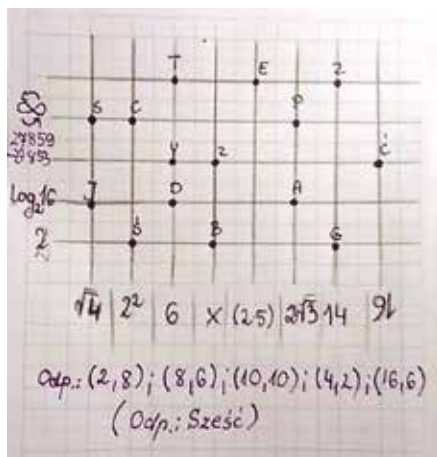
Po wyjęciu klucza należy znaleźć pudełko z kłódką (można przygotować 3). W pudełku będzie znajdowała się kolejna zagadka związana odczytaniem hasła, tym razem zadaniem uczestników zabawy będzie rozszyfrowanie zapisanego zdania. Zdanie zostało tak zapisane, że każdą literę należy przesunąć o 5 liter do tyłu w alfabecie. (Można przygotować kilka wersji odpowiedzi z alfabetem, wtedy uczniowie muszą wybrać właściwy lub napisać przy zdaniu, że litery należy przesunąć o wartość jednej z liczb pierwszych).

Zdanie do odszyfrowania: „ULZXŹU PXJ, ĆAUEĄ MEPXĆLŃXO ŹDLAUE UL GEJEXŹD”. (ROZWIĄZANIE: Zobacz tam, gdzie Pitagoras chodzi po liniach).

Po odszyfrowaniu hasła zadaniem uczniów będzie znalezienie narysowanych trójkątów na ka kartce w linie lub wersja ciekawsza wycięte z kartonu różne trójkąty: równoboczny(kilka, różnej wielkości), rozwartokątny(kilka sztuk, różnej wielkości), prostokątny

(tylko jeden!). Rozwiązaniem tej zagadki będzie wytypowanie trójkąta prostokątnego. Wytypowanie złego równa się z uzbrojeniem ładunków wybuchowych czyli skróceniem czasu na zagadkę do 1 min. Jeśli zostanie dobry trójkąt wybrany gracze zostaną poinformowani że ładunki zostały rozbrojone.

Na trójkącie będzie znajdowała się zagadka związana z koordynatami punktów na siatce. Koordynaty będą oddalone od siebie o 2 i podane będą ich współrzędne. Legenda dotycząca linii na których się znajdują będą zaszyfrowane w specjalny sposób (np. $2^2=4$ i wtedy ta linia będzie miała koordynaty punktu 4).



Rozwiązaniem tej zagadki będzie napis „Sześć”. Gracze będą musieli pomyśleć do czego potrzebna będzie ta cyfra. W Sali można przygotować zdjęcie, rysunek z obrazkiem komputera i cyfrą 6. Cyfra ta będzie zatrzymywała program specjalnie przygotowany na potrzeby tego Escape Roomu. Jeśli nie mamy programu można na obrazku z komputerem z tyłu umieścić kolejną zagadkę.

W wersji z programem po kliknięciu cyfry 6 program się zatrzymuje i uczestnicy zabawy poznają kolejne zadanie do wykonania. Będzie to zagadka związana z kolejnością wykonywania działań: „Masz do dyspozycji dowolne działania matematyczne i musisz wykorzystać wszystkie cyfry od 1 do 9. Jak należy zbudować działanie by osiągnąć wynik równy 1?

ODP. $9+8+6-7-5-4-3-2-1=1$.

Rozwiązaniem tej zagadki będzie odpowiedź na pytania: Ile sztuk plusów użyłeś w działaniu, ile sztuk minusów użyłeś w zadaniu, ile sztuk znaku mnożenia użyłeś w zadaniu i ile sztuk znaków dzielenia użyłeś w zadaniu, w ten sposób uczestnicy zabawy otrzymają kod czterocyfrowy. Kod będzie znajdował się w trzech skrzyniach, po wybraniu właściwej, z dobrym kodem, w środku będzie znajdowała się kolejna zagadka.

„Pewna liczba kończąca się na 4 ma ciekawą właściwość. Otóż kiedy przeniesiemy tę czwórkę na początek, to wartość tej liczby zwiększy się dokładnie czterokrotnie. Jaka to liczba?”

Tą liczbą jest 102 564 bo $102564 * 4 = 410256$

W Sali będą znajdować się koperty z różnymi liczbami, uczestnicy będą musieli znaleźć kopertę z właśnie wynikiem (102564). We poprawnie zaadresowanej kopercie będzie wiadomość dla graczy: „Wygrałeś... na razie jesteś wolny.”

Praktyczne wykorzystanie – pomysł

Dzień otwarty w szkole, zajęcia kółka matematycznego, projekty międzynarodowe, międzyszkolne.

7. Projekty matematyczne

Gry dydaktyczne

Planszowa:

Ciąg Fibonacciego – Uczniowie w ramach pracy projektowej stworzyli grę planszową w grupie 2 – 3 osobowej. Gra przedstawiała gwiazdozbiór – kometa – zbiór planet, na której znajdowały się poszczególne miejsca z wyróżnionymi polami – kolejne liczby ciągu Fibonacciego. Gracz, który stanie na tym polu będzie mógł przeczytać ciekawostkę nt. ciągu Fibonacciego przygotowaną na osobnych kartkach. Gra będzie się kończyła po dotarciu do pola meta. Wygrywa ten gracz, który będzie miał więcej zebranych ciekawostek o Ciągu Fibonacciego.



Matematyka w biologii i chemii – Uczniowie w grupie 4 osobowej wykonali model przestrzenny – 3D DNA, który jest planszą gry. Składa się on z 12 par nukleotydów, czyli prezentujący czytelnie 1 skręt helisy. Poszczególne nukleotydy są polami gry. Kolejne nukleotydy miały przypisane zadania do wykonania. Zadania są z dziedziny biologii i chemii ściśle związane z matematyką. Zadania zostały przygotowane na osobnych kartkach. Gra polega na wspięciu się od dołu do góry rozwiązując zadania. Wygrywa osoba, która najszybciej stanie na najwyższym nukleotydzie. Na kolejny można przejść tylko po rozwiązaniu poprawnie wylosowanego zadania. Tematyka jaka znalazła się w grze:

- Krzyżówki genetyczne – logika,
- Zjawisko amylazy – czytanie danych statystycznych,
- Świat zwierząt – symetrie,
- Choroby genetyczne – prawdopodobieństwo,
- Pojemność płuc- objętość,
- Składniki moczu – rysowanie wykresów



Parabola – gra polegająca na odczytywaniu własności funkcji kwadratowej – wierzchołek, przesunięcie. Może być stworzona na planszy lub można w nią grać w terenie.

Uczniowie przygotowali zadania na karteczkach, które polegały na odczytywaniu współrzędnych wierzchołka lub przesunięcia paraboli o wskazane jednostki. Każda grupa zaczyna grę na środku planszy – początek układu współrzędnych – następnie przesuwać się zgodnie z odczytanymi współrzędnymi wierzchołka paraboli przesuujemy się o podane jednostki. Ostatnie zajmowane miejsce, traktujemy jako aktualny początek układu współrzędnych i przesuujemy się znów o wskazane jednostki. Wygrywa drużyna, która pierwsza wyjdzie poza wskazany obszar – kwadrat o współrzędnych np.: (50, 50) (50, -50), (-50, 50), (-50, -50). W grze można ustalić dodatkowe bonusy – np. zapisanie wzoru funkcji z aktualnie zajmowanym miejscem będącym wierzchołkiem funkcji, względem początku układu współrzędnych.

Gry wykonane jako powtórzenie materiału – planszowe, domina, memory.



Filmy matematyczne

- Okres połowicznego rozpadu – <https://youtu.be/EmNgOSnQiAM>
- Matematyka w życiu codziennym – <https://www.youtube.com/watch?v=2D0SFpj642k>
- Historia diagramów i wykresów i jak nas oszukują – <https://www.youtube.com/watch?v=hhu50NGwOJI>
- Enigma – <https://www.youtube.com/watch?v=Glsq1bAazMk&t=24s>
- Stopy dłonie łokcie, o miarach w starożytności – <https://www.youtube.com/watch?v=fgltMBZKmFs>
- Figury niemożliwe – https://www.youtube.com/watch?v=S8xS_kGmDEI
- Fibonacci – <https://www.youtube.com/watch?v=fKvT5mtEVCg>
- Niekonwencjonalne sposoby liczenia – https://youtu.be/aZh_Oalt0ns

Strony internetowe

Problemy milenijne – <https://projektowa2c.wixsite.com/problemy-milenijne>

Uczniowie w grupie 4 osobowej stworzyli stronę internetową zaprojektowaną na bezpłatnym i ogólnodostępnym portalu. Na stronie internetowej zostały zamieszczone informacje dotyczące zagadnień siedmiu problemów milenijnych:

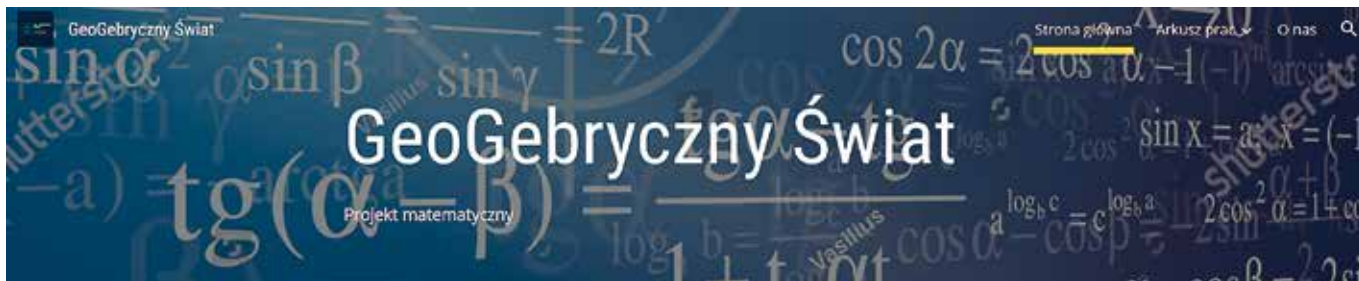
- P vs NP: czy istnieją pytania, na które odpowiedź – jeśli się ją zna – można szybko zweryfikować, lecz których rozwiązanie – bez znajomości odpowiedzi – zabierze więcej czasu (mierzonego poprzez złożoność obliczeniową)?
- Hipoteza Hodge'a: czy na algebraicznych rozmaitościach rzutowych każdy cykl Hodge'a jest wymierną liniową kombinacją cykli algebraicznych? Hipoteza dotyczy algebraiczności wybranych klas kohomologii de Rhama.



- Hipoteza Poincarégo: „każda trójwymiarowa zwarta i jednorodna rozmaitość topologiczna bez brzegu jest homeomorficzna ze sferą trójwymiarową”.
- Hipoteza Riemanna: „część rzeczywista każdego nietrywialnego zera funkcji dzeta jest równa $\frac{1}{2}$ ”.
- Teoria Yanga-Millsa: próba opisanego jednym formalizmem matematycznym oddziaływania słabego, silnego i elektromagnetycznego.
- Równania Naviera-Stokesa: rozwiązania tych równań dla najbardziej skomplikowanych zjawisk hydrodynamicznych.
- Hipoteza Bircha i Swinnertona-Dyera: związana z przewidywaniem rozwiązywalności każdego równania diofantycznego.

GeoGebryczny Świat – Strona stworzona przez ucznia z grupy projektowej służąca pokazaniu realizacji zadań jakie uczniowie mieli do wykonania podczas uczestnictwa w projekcie eTwinng

<https://sites.google.com/view/geogebryczny-swiat/strona-g%C5%82%C3%B3wna?authuser=0>



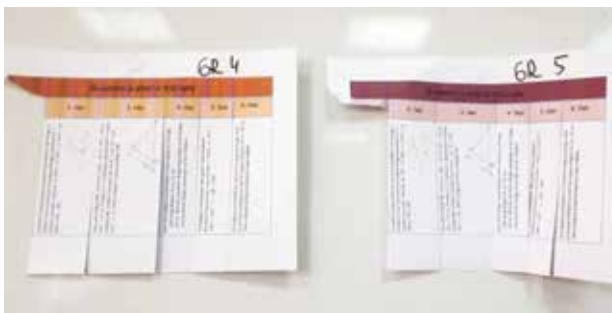
8. Nabój matematyczny

Praca w grupach do wykonania na lekcji matematyki – najlepiej w czasie ok. 90 min. Polega na rozwiązaniu pięciu zadań otwartych w grupach 4 osobowych.

Zadania ułożone są od najłatwiejszego do najtrudniejszego. Wszystkie drużyny mają przypięte zadania na tablicy. Każda drużyna rozwiązuje te same zadania.

Po rozwiązaniu pierwszego zadania nauczyciel sprawdza poprawność i dopiero po poprawnym rozwiązaniu uczniowie mogą rozwiązywać kolejne odrywając je ze swojej karty pracy przypiętej do tablicy. Każde zadanie ma określoną ilość punktów. Można zacząć od 2 lub 3 punktów.

Gdy drużyna ma niepoprawnie rozwiązane zadanie może poprosić o podpowiedź nauczyciela co skutkuje utratą punktu. Wygrywa drużyna z największą ilością punktów.



III. Propozycje metod aktywizujących – Rumunia

Zwiedzanie Galerii

– u podstaw tej metody znajduje się aktywna współpraca uczniów dla osiągnięcia wyznaczonego celu.

Etapy metody:

1. Utworzenie grup.
Uczniowie podzieleni są na 4-5 osobowe grupy. Każda grupa otrzymuje tablicę z blokiem do pisania oraz mazaki.
2. Prezentacja zadań do pracy.
Nauczyciel prosi każdą grupę o wybranie swojego „przewodnika”. Następnie nauczyciel prezentuje problem matematyczny, który może być rozwiązany na więcej niż jeden sposób.
3. Praca w grupach.
Grupy współpracują nad jego rozwiązaniem, następnie zapisują to rozwiązanie na swojej tablicy z blokiem.

4. Zaprezentowanie efektów pracy.
Na koniec efekt pracy każdej grupy jest zaprezentowany w „galerii”. Przy każdej tablicy z zapisem rozwiązania stoi przewodnik danej grupy.
5. Zwiedzanie galerii.
Członkowie grup „odwiedzają galerię rozwiązań”, porównują rozwiązania, mogą zapisywać swoje uwagi na dole tablicy. Przewodnicy oferują wyjaśnienia, tłumaczą proces rozwiązania problemu.
6. Ewaluacja efektów pracy.
Na koniec każda grupa podsumowuje komentarze „odwiedzających”, wyciąga wnioski z porównania swojej pracy z innymi grupami.

Metoda Mozaiki

Etapy:

1. Przygotowanie zadań badawczych.
Nauczyciel formułuje problem badawczy i dzieli go na 4-5 podtematy. Dla każdego podtematu może określić główne punkty, które pomogą zorganizować proces zdobywania informacji. Główne punkty mogą mieć formę pytań, stwierdzeń lub może to być tekst z lukami, które uczeń będzie w stanie uzupełnić dopiero po przestudiowaniu odpowiedniego materiału. Każdy podtemat wraz z głównymi punktami powinien być zapisany na osobnej karcie pracy.
2. Podział uczniów na grupy 4-5 osobowe (w zależności od liczebności klasy).
Nauczyciel dzieli klasę na grupy 4-5 osobowe (w zależności od liczby uczniów). Uczniowie w każdej grupie zostają oznaczeni literą: A,B,C,D, E (jeżeli jest 5 uczniów w każdej grupie) które odpowiadają odpowiednim podmiotom (od A do E). Następnie nauczyciel rozdaje im karty pracy z podmiotami, w zależności od tego jaką mają literę. Uczeń musi stać się ekspertem w swoim podtemacie. Po tych działaniach organizacyjnych, następuje faza pracy indywidualnej.
3. Przegrupowanie klasy, utworzenie grup eksperckich.
Po upływie określonego przez nauczyciela czasu, zespół klasowy zostaje przegrupowany – wszyscy uczniowie pracujący nad danym podmiotem np.A siadają razem i dzielą się zdobytą wiedzą. W ten sposób tworzą się grupy „ekspertów”. „Eksperci” wymieniają informacje, uzupełniają je, pomagają sobie w zrozumieniu tematu i ustalają w jaki, optymalny sposób przekazać zdobytą wiedzę swojej grupie pierwotnej. Po tych działaniach przychodzi czas na powrót „ekspertów” do grup pierwotnych.
4. Powrót do pierwotnych grup.
Klasa powraca do pierwotnego podziału na grupy (w każdej po jednym uczniu A, B, C, D, E) Każdy uczeń omawia swój podmiot, korzystając z uwag z pracy w grupach eksperckich. Powinno to być zrobione w sposób ciekawy, dynamiczny, z dodatkowymi materiałami audiowizualnym. Mile widziane są diagramy, rysunki, zdjęcia, prezentacja komputerowa. Pozostali członkowie grupy są zachęceni do zadawania pytań, robienia swoich notatek.
5. Ewaluacja.
Na koniec powinna być zorganizowana ewaluacja działania. Może przyjąć formę odpytywania ustnego uczniów – uczniowie odpowiadają samodzielnie, bez pomocy pozostałych członków grupy na pytania nauczyciela lub może mieć formę pisemną – uczniowie mogą być poproszeni o uzupełnienie testu lub napisanie raportu.

II.4

Wykorzystanie projektów eTwinning jako metody pracy w rozwijaniu kompetencji matematycznych i informatycznych

eTwinning to społeczność szkół, uczniów i nauczycieli współpracujących ze sobą za pomocą mediów elektronicznych. Biorą w niej udział nauczyciele wszystkich przedmiotów, pracujący z uczniami w wieku 3-19 lat, realizując online międzynarodowe projekty edukacyjne. Program istnieje od 2005 i zgromadził już niemal 400 tysięcy nauczycieli z całej Europy.

Program eTwinning to europejska społeczność szkolna zrzeszająca szkoły i przedszkola za pomocą technologii informacyjno-komunikacyjnych (TIK). Oferuje bezpieczną przestrzeń do pracy, wygodne i proste w obsłudze narzędzia, za pomocą których nauczyciele i uczniowie mogą komunikować się z partnerami z całej Europy (i nie tylko) i realizować liczne projekty o różnorodnej tematyce.

Portal eTwinning

Portal eTwinning portal to punkt wejścia do świata eTwinning. Dostępny w 28 językach portal eTwinning.net jest źródłem wiadomości z krajów eTwinning, możliwości doskonalenia zawodowego, a także informacji na temat uznania i udanych projektów.

- **Projekty** – W tej sekcji nauczyciele znajdują "Zestawy", które mają na celu pomagać i wspierać w realizacji własnych projektów. Jest tam również galeria najlepszych przykładów praktyk, które mogą zainspirować nauczycieli podczas opracowywania i realizacji własnego projektu eTwinning.
- **Uznanie** – W tej sekcji nauczyciele dowiedzą się wszystkiego, o czym powinni wiedzieć na temat uznania oferowanego przez eTwinning: Europejska Odznaka Jakości, Krajowa Odznaka Jakości, Nagrody eTwinning, Odznaka „Szkoła eTwinning”.
- **Rozwój zawodowy** – Od narzędzia do samooceny (MeTP) po materiały do samodzielnej nauki (materiały samokształceniowe) oraz od seminariów online po warsztaty online, partnerskie uczenie się i wybrane wydarzenia eTwinning – nauczyciele znajdują tutaj niezliczone narzędzia, które pomogą im usprawnić i podnieść jakość stosowanych przez siebie metod nauczania.
- **Najważniejsze informacje** – Wiadomości ze społeczności eTwinning, w tym informacje na temat metod nauczania i najlepsze praktyki eTwinning.

eTwinning Live

W tym miejscu nauczyciele mogą doświadczyć pełnych możliwości społeczności eTwinning. Nauczyciele mogą wyszukiwać innych zarejestrowanych eTwinerów i szkoły, komunikować się z nimi i obserwować ich działania. Nauczyciele mają dostęp do wszystkich wydarzeń utworzonych przez eTwinerów – zarówno tych online jak i stacjonarnych. Mogą również tworzyć własne wydarzenia. Za pośrednictwem eTwinning Live nauczyciele tworzą własne projekty, w ramach których organizują działania poświęcone różnym tematom i kompetencjom kluczowym, które realizują współpracując z dwoma lub więcej nauczycielami oraz ich uczniami.

Nauczyciele mogą tutaj znaleźć możliwości doskonalenia zawodowego, jakie eTwinning oferuje na poziomie europejskim. Warsztaty online to krótkie, intensywne i przyjemne kursy wprowadzające nauczyciela w określony temat, generujące pomysły i pomagające rozwijać umiejętności. Warsztaty online zazwyczaj wymagają zaangażowania przez 4-6 godzin. Seminaria online to trwające godzinę sesje online na żywo, podczas których nauczyciele mają okazję uczyć się, rozmawiać i dyskutować na różnego rodzaju tematy.

Nauczyciele mogą również przyłączać się do **grup eTwinning** – wirtualnych miejsc, w których eTwinerzy spotykają się i dyskutują na określone tematy. Mamy **14 wybranych grup**, koordynowanych przez Centralne Biuro eTwinning i moderowanych przez doświadczonych eTwinerów.

TwinSpace

Miejscem, gdzie dzieje się prawdziwa magia jest TwinSpace; to bezpieczna platforma widoczna tylko dla nauczycieli uczestniczących w projekcie. Na TwinSpace można też zapraszać uczniów, którzy mogą tam spotykać się i współpracować z rówieśnikami ze szkół partnerskich.

Źródło: <https://www.etwinning.net/pl/pub/about.htm>

Przykłady zastosowania projektów eTwinning w nauczaniu matematyki

POLSKA

Geobebryczny świat – projekt w którym wzięło udział IV LO

<https://sites.google.com/view/geobebryczny-swiat/strona-g%C5%82%C3%B3wna?authuser=0>

Celem projektu było pokazanie, że za pomocą bezpłatnego oprogramowania jakim jest GeoGebra można poznawać matematykę i opisywać świat.

- W ramach projektu uczniowie korzystali z GeoGebry, GeoGebraTube, Twinspace, oraz innych narzędzi TIK/ICT.
- Uczniowie wzięli udział w kursie „GeoGebryczny Świat” na platformie Moodle oraz w konkursie pod tym samym tytułem.
- Chcieliśmy pokazać, że uczniowie mogą samodzielnie poznawać matematykę z użyciem nowoczesnych narzędzi, jakim jest GeoGebra.
- Projekt miał również promować GeoGebra jako świetne narzędzie do pokazania i zrozumienia matematyki i otaczającego nas świata oraz promować uczniów prezentujących wysoki poziom wiedzy i umiejętności oraz wykorzystujących nowoczesne metody uczenia się.
- Projekt realizował innowacyjne podejście do edukacji STEM („Science, Technology, Engineering, Mathematics”).

W czasie realizacji projektu uczniowie zainstalowali oprogramowanie GeoGebry a następnie poznawali pracując na platformie moodle możliwości tego programu. Pod kierunkiem nauczyciela uczniowie poznawali kolejne możliwości GeoGebry:

- Liczby i przedziały – karty dynamiczne GeoGebraTube.
- Równania i układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi – karty dynamiczne GeoGebraTube.
- Funkcje i ich własności – GeoGebraBook.
- Konstrukcje geometryczne – GeoGebraBook.
- Okręgi i kąty w kole – GeoGebraBook.
- Trójkąty i ich własności – GeoGebraBook.
- Czworokąty – karty dynamiczne GeoGebraTube.
- Statystyka z GeoGebra – karty dynamiczne GeoGebraTube.
- Odkrywanie twierdzeń – karty dynamiczne GeoGebraTube.

Uczniowie pracowali z przygotowanymi apletami, w których manipulując obiektami odkrywali nowe zależności – odkrywanie twierdzeń.

Co miesiąc uczniowie brali udział w konkursie polegającym na wykonaniu zadania – zaprojektowania apletu w GeoGebra. Dodatkowo uczniowie pracując w grupach tworzyli model parkietu.

RUMUNIA

Doświadczenia szkoły rumuńskiej – realizacja projektów „Doing Maths differently”, „MAST”, „L.E.T.’s model”, „MART”, pokazują, iż eTwinning może być miejscem wymiany różnych sposobów ćwiczenia kompetencji matematycznych praktykowanych w innych krajach. Zaangażowani w projekty eTwinning uczniowie, grając w gry matematyczne, rozszyfrowując zakodowane wiadomości, pracując z aplikacjami np. Scratch, czy GeoGebra, rozwijali swoje kompetencje matematyczne. Jednocześnie rozwijali umiejętności posługiwania się językiem angielskim.

Prezentacja rezultatów – doświadczeń, nowych metod pracy, materiałów zdobytych poprzez realizację projektów międzynarodowych „Students in Hi-tech Era”, „Numbers and Universe and Mart”, „Interactive teaching-using educational games in order to enhance learners’ motivation”, „Maths motivantes on eTwinning”, „Using Multiple Intelligences in Maths”

- praca z grami online „Mangahigh” jako jeden ze sposobów indywidualizacji procesu uczenia matematyki: <https://www.mangahigh.com/en/>
 - łączenie matematyki z życiem codziennym na przykładzie stron oferujących problemy/zadania z życia codziennego, rozwiązanie których wymaga zastosowanie matematyki: <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/subsets/mascil/>, <http://www.experiencingmaths.org/>
 - inspirujące video:
<https://www.youtube.com/watch?v=z8wLEsSnpQY&index=1&list=PLvtNOOa6SZVMJo-7ZGqA9-oFoYFwzhA5>
 - materiały pokazujące znaczenie matematyki w tworzeniu prognoz pogody: <https://www.youtube.com/watch?v=N3ujy-nWvNI>
 - propozycje w jaki sposób rozwijać słownictwo matematyczne w języku angielski:
źródła słownictwa:
<https://www.mathsisfun.com/geometry/index.html>, <http://dorakmt.tripod.com/mtd/glosmath.html>
<http://www.cut-the-knot.org/glossary/atop.shtml>
<http://www.mathchamber.com/algebra/docs/general/glossary.htm>
 - poznane słownictwo można ćwiczyć przez krzyżówki, znajdź słowa – wykreślanki, anagramy, poniżej darmowe narzędzia online pozwalające tworzyć je:
<http://www.discoveryeducation.com/free-puzzlemaker/>
<http://www.anagramgenius.com/server.html>
<http://www.tagxedo.com/> – efektowna prezentacja poznanych słów
 - wdrażanie uczniów do korzystania z takich narzędzi jak Scratch, Alice, Power Point do tworzenia prezentacji, animacji zawierających problem matematyczny z życia codziennego (nauczyciel może dać listę problemów)
 - korzystanie z quizów tworzonych na <https://kahoot.com>, <https://www.socrative.com>
 - urozmaicanie ewaluacji pracy uczniów – stosowanie samooceny, oceny rówieśników – komentarze pisane wg formatu WWW (what went well), EBI (even better if), narzędzi Google forms (zbieranie opinii uczniów)
 - łączenie matematyki ze sztuką – przykładem jest projekt Golden Ratio (złotej proporcji) w sztuce szczególnie rzeźbie, architekturze, malarstwie – antycznej, renesansu, XIX wieku <http://goldenratio.wikidot.com/start>
 - aktywizacja uczniów poprzez WebQuesty – współpraca uczniów nad poszukiwaniem odpowiedzi na postawione pytania w materiałach zamieszczonych w Internecie, strony przykładowe: jak stworzyć WebQuest – <https://sites.google.com/site/studentwebquesttemplate/home>, przykłady WebQuestów: <http://zunal.com/>
 - zastosowanie map Google w nauczaniu matematyki: <https://www.freetech4teachers.com/2010/02/using-maps-in-elementary-school-math.html>, <http://www.realworldmath.org/>
 - materiały pokazujące połączenie matematyki z muzyką:
 - <http://www.science4all.org/article/math-music>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=b3X1S3T7udY>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=EaDm9G4lg18>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=V5tUM5aLHPA>
 - https://www.ted.com/talks/scott_rickard_the_beautiful_math_behind_the_ugliest_music?utm_source=tedcomshare&utm_medium=referral&utm_campaign=tedspread
 - <http://www.ams.org/publicoutreach/math-and-music>
- zainteresowanie uczniów tematem związków ciągu Fibonacciego z muzyką

II.5

GeoGebra jako narzędzie aktywizujące na lekcjach matematyki

GeoGebra – darmowy interaktywny program wspomagający nauczanie i uczenie się matematyki.

Materiały przygotowane za pomocą tego programu mogą znaleźć zastosowanie w takich działach matematyki jak arytmetyka, planimetria, stereometria, geometria analityczna na płaszczyźnie i w przestrzeni, rachunek różniczkowy i całkowy oraz w badaniu funkcji, rozwiązywaniu równań, nierówności i ich układów.

W programie GeoGebra można wykonywać konstrukcje za pomocą punktów, wektorów, odcinków, prostych, krzywych stożkowych, posługiwać się zmiennymi liczbowymi, wektorowymi i punktowymi, wyznaczać pochodne i miejsca zerowe oraz ekstrema funkcji.

Wszystkie wprowadzone do GeoGebry obiekty wyświetlane mogą być w 3 reprezentacjach – graficznej, algebraicznej i komórkach arkusza kalkulacyjnego. W trakcie powtórnej edycji projektu zmiany są wprowadzane dynamicznie. Program ten jest interaktywny, co powoduje, że wprowadzone zmiany na obiekcie w jednym z widoków pokazują się w pozostałych widokach, gdyż obiekty są ze sobą dynamicznie powiązane.

Rozwój nowoczesnych technologii informacyjnych oraz rosnące wykorzystanie komputerów powoduje zapotrzebowanie na innowacyjne nauczanie matematyki. Program ten można wykorzystywać w nauczaniu matematyki w czasie lekcji szkolnych realizując podstawę programową, jak i w trakcie samodzielnego uczenia się, czy też w rozwijaniu zainteresowań matematyką – np.: kółko matematyczne. GeoGebra jest programem, który może ułatwić nauczycielowi przekazywanie abstrakcyjnych treści uczniom. Dla uczniów słabszych może służyć jako zobrazowanie zagadnień trudnych do wyobrażenia.

Dla uczniów szczególnie uzdolnionych matematycznie GeoGebra może być narzędziem służącym pogłębieniu wiedzy szkolnej. GeoGebra doskonale łączy różne działy matematyki, np. geometrii z algebrą.

Program pozwala m.in. rysować wykresy dla wskazanych funkcji liniowych i kwadratowych, liczyć pole powierzchni figur w układzie współrzędnych, obliczać kąt pomiędzy prostymi lub punktami, wyznaczać punkty przecięcia wykresów dwóch funkcji, przesuwać obiekt o dany wektor, obracać o zadany kąt, wyliczać odległości.

Oprogramowanie można pobrać ze strony: <https://www.geogebra.org/>

Wtedy na swoim komputerze można tworzyć gotowe aplety.

Równie ciekawym rozwiązaniem jest założenie własnego konta i zalogowanie się na stronie GeoGebry co zwiększa możliwości wykorzystania platformy GeoGebra. Możemy wtedy pracować w wersji online GeoGebry i wykonane aplikacje zapisywać na swoim koncie. Możemy również na posiadane konto zaimportować aplikacje wykonane w wersji offline GeoGebry, tworząc zbiór dynamicznych kart pracy nie ma limitu aplikacji, które można przechowywać na swoim koncie. Dodatkowo z pojedynczych dynamicznych kart pracy można utworzyć GeoGebraBook – rodzaj książeczki z linkami do różnych zasobów.

Pojedyncze dynamiczne karty pracy, Geo-GebraBooki i inne materiały przygotowane na platformie GeoGebra można udostępniać uczniom – poprzez link lub publiczny widok ma wygenerowany link oraz kod HTML. Na platformie GeoGebra można zakładać grupy (wirtualne klasy), zapraszać do nich uczniów i udostępniać klasom przygotowane materiały.

Przykładowe materiały.

II.6

Konkursy matematyczne

Propozycje konkursów matematycznych:

1. Krzyżówko – Mat

Konkurs drużynowy, 2-4 osobowy (z góry ustalona ilość osób w drużynie). Konkurs polega na rozwiązaniu krzyżówki dotyczącej matematyki i pojęć matematycznych oraz nazwisk znanych matematyków. W zależności od czasu jaki chcemy na krzyżówkę przeznaczyć dobieramy ilość haseł. Konkurs ten może być składową innych większych konkursów. Można również konkurs wykonywać cyklicznie po każdym przerobionym dziale matematyki, gdzie hasłami są pojęcia z danego działu. Punkty za rozwiązanie mogą być dodatkowymi punktami za aktywność lub można stworzyć ligę semestralną w każdej klasie.

2. Testuj z matematyką

Konkurs składający się z trzech etapów, gdzie w każdym etapie mamy odpowiednio: I etap – 20 zadań, II etap – 15 zadań, III etap – 10 zadań. Każdy kolejny etap jest trudniejszy od poprzedniego. Zadania z matematyki są testowe z trzema odpowiedziami, gdzie tylko jedna jest poprawna. Uczniowie rozwiązują zadania w określonym czasie. Po rozwiązaniu zadań z I etapu podchodzą do komisji konkursowej, komisja sprawdza poprawność zadań, jeśli uczeń wykonał co najmniej 16 zadań poprawnie przechodzi do kolejnego etapu. W etapie II uczeń musi poprawnie rozwiązać co najmniej 12 zadań i wtedy może przejść do etapu III.

W etapie trzecim uczniowie mogą popełnić trzy błędy. Zwycięzcą zostaje osoba z najlepszym czasem i najmniejszą ilością błędów w etapie III.

3. Matematyka od kuchni, Zwierzęca matematyka, Chemiczna matematyka

Trzy powyższe konkursy mogą być przygotowane w formie zadań otwartych. Tematyka może być związana z profilem klasy uczniów.

Np. Klasy biologiczno–chemiczne rozwiązują zadania dotyczące zagadnień:

- Krzyżówki genetyczne – logika,
- Zjawisko amylazy – czytanie danych statystycznych,
- Świat zwierząt – symetrie,
- Choroby genetyczne – prawdopodobieństwo,
- Pojemność płuc- objętość,
- Składniki moczu – rysowanie wykresów.

Klasy humanistyczne:

- Ludzie – Znani matematycy – Humanistyczne aspekty matematyki
- Film, literatura – Znane dzieła z matematyką w tle
- Sztuka – Obiekty matematyczne
- Gotowanie – Zastosowania matematyki

Uczniowie rozwiązują zadania w grupach maksymalnie 4 osobowych. Zadania można przygotować w formie multimedialnej do wyświetlania na tablicy. Do każdego zadania, można przygotować krótką ciekawostkę na temat zawarty w zadaniu, aby uatrakcyjnić konkurs. Drużyny wybierają nr zadania do rozwiązania. Wszystkim uczniom wyświetla się pytanie, drużyna ma określony czas na rozwiązanie – można skorzystać z klepsydry.

4. Konkurs fotograficzny – np.: „Architektura naszych miast oczami matematyki”

Konkurs ma na celu promowanie matematyki. Spojrzenie na świat przez pryzmat fotografii i zauważenie, że matematyka nas otacza i wystarczy się przyjrzeć, aby to zobaczyć. Warunkiem udziału w konkursie jest opis uzasadniający tytuł konkursu czyli matematyczne zdjęcie. Podsumowaniem konkursu będzie wystawa zdjęć na terenie szkoły zawierająca wybrane prace konkursowe. Do Konkursu mogą być zgłaszane tylko fotografie wykonane osobiście przez Ucznia. Do każdego zdjęcia Uczestnik jest zobowiązany dołączyć następujące informacje: tytuł zdjęcia, opis zdjęcia uzasadniający, że to właśnie zdjęcie matematyczne–uchwycona matematyka w obiektywie.

5. Kalendarz adwentowy/Miesiąc matematyki

Długoterminowy konkurs logiczny z wykorzystaniem kodów QR

Konkurs polega na stworzeniu zagadek logicznych – zadań logicznych, łamigłówek logicznych, czy obrazków logicznych, które ukryte są pod kodami QR. Zagadki można przygotować na kolejne dni grudnia tworząc np. kalendarz adwentowy. Pomysł również może posłużyć do przeprowadzenia konkursu w czasie miesiąca matematyki. Każdy dzień to jedna zagadka. Konkurs jest indywidualny. Uczniowie skanują czytnikiem kodów QR zadanie przypadające pod dana datę i rozwiązanie przynoszą na drugi dzień. Nauczyciel sprawdza poprawność rozwiązania, jeśli zadanie jest dobrze rozwiązane uczeń otrzymuje punkt. Przez cały miesiąc uczniowie mogą rozwiązać dowolną ilość zagadek, ale tylko jedną dziennie. Po całym miesiącu tworzy się ranking punktów. W zależności od ilości zgromadzonych punktów uczniowie otrzymują punktu lub oceny z aktywności lub nagrody rzeczowe.

6. Nabój matematyczny

Konkurs do wykonania na lekcji matematyki – najlepiej w czasie ok. 90 min. Polega na rozwiązaniu pięciu zadań otwartych w grupach 4 osobowych. Zadania ułożone są od najłatwiejszego do najtrudniejszego. Wszystkie drużyny mają przypięte zadania na tablicy. Każda drużyna rozwiązuje te same zadania. Po rozwiązaniu pierwszego zadania nauczyciel sprawdza poprawność i dopiero po poprawnym rozwiązaniu uczniowie mogą rozwiązywać kolejne odrywając je ze swojej karty pracy przypiętej do tablicy. Każde zadanie ma określoną ilość punktów. Można zacząć od 2 lub 3 punktów. Gdy drużyna ma niepoprawnie rozwiązane zadanie może poprosić o podpowiedź nauczyciela co skutkuje utratą punktu. Wygrywa drużyna z największą ilością punktów.

7. Uczniowskie Forum Naukowe

Konkurs całoroczny – najlepiej do wykonania w klasach realizujących rozszerzenie z matematyki. Klasa zostaje podzielona na początku roku szkolnego na drużyny 3 osobowe. Zadaniem każdej drużyny będzie przygotowanie wykładu na temat związany z matematyką, opracowanie prezentacji, karty pracy dla pozostałych uczniów związane z prezentowanym tematem. Dodatkowo każda drużyna przygotowuje plakat na omawiany temat, który będzie zaprezentowany w gablocie z ciekawostkami matematycznymi. Uczniowie będą oceniani za wystąpienie pod względem merytorycznym, formy prezentacji, ciekawego przedstawienia projektu, oraz formy wykonania plakatu. Uzyskane punkty zostaną podsumowane na koniec roku. Uczniowie mogą otrzymać nagrody rzeczowe oraz oceny z matematyki.

8. Statystyka wokół nas

Konkurs dotyczący wyszukiwania danych statystycznych. Konkurs może być przygotowany za pomocą programu Quizizz i rozwiązywany on – line. Zadania są typu testowego z trzema lub czterema odpowiedziami gdzie tylko jedna jest prawidłowa lub stwierdzeniem prawda, fałsz. Każde pytanie dotyczy zagadnień statystycznych na wybrany temat. Zadaniem uczniów jest skorzystanie z informacji zawartych na stronach Urzędu Statystycznego, np.: Bank Danych Lokalnych, Portal Geostatystyczny, dane z badań ankietowych, tak aby poprawnie odpowiedzieć na pytanie.

ROZDZIAŁ III

Wnioski i rekomendacje

Według David Hilberta matematyka zaczyna się od stwarzania problemów w kontekście konkretnych działań „proponowanych przez świat zjawisk zewnętrznych”.

Wielu badaczy upatruje małego zainteresowania matematyką wśród uczniów w negatywnym postrzeganiu tego przedmiotu – jako bardzo trudnego, nudnego, niepraktycznego, z dużą ilością trudnych i abstrakcyjnych twierdzeń, które nie sposób zrozumieć. Innym powodem jest stosowany sposób nauczania i proces uczenia się, mechanistyczny bez uwzględniania potrzeb uczniów. Badanie sondażowe na początku projektu pokazuje, iż nasi uczniowie i nauczyciele dzielą podobne do wspomnianych opinie.

Odpowiedzi uczniów na pytanie dotyczące kształtującego wpływu matematyki, pokazują, iż dostrzegają rozwój procesów intelektualnych dzięki matematyce. 90% ankietowanych mówi tu o rozwoju myślenia, wyobraźni, logiki. Zauważamy więc, że uczniowie hołdują tradycyjnemu wyobrażeniu matematyki, ograniczając jej użyteczność tylko to procesów poznawczych, z pominięciem jej kształtującego wpływu w rozwoju osobistym, moralnym i zawodowym.

Większość odpowiedzi pokazuje, iż uczniowie byliby o wiele bardziej zainteresowani uczeniem się tego przedmiotu, gdyby nauczyciele stosowali nowe metody i techniki:

- Projekty matematyczne
- Przykłady z życia codziennego oraz interesujące fakty związane z matematyką
- Wizualizacja problemów matematycznych (np. poprzez aplikację GeoGebra)
- Metoda odwróconej klasy (flipped classroom)

Wywiad z nauczycielami matematyki pokazał, że matematyka wymaga określonym cech osobowych (wytrwałości, dyscypliny, sumienności), odpowiedniej jakości kształcenia zawodowego, współpracy między nauczycielem, a rodzicem i uczniem, relacji nauczyciel-uczeń oraz odpowiednich metod nauczania, uczenia się i oceniania.

Najczęściej stosowanymi metodami nauczania matematyki są: ćwiczenia, tłumaczenie i rozwiązywanie problemów (98%), uczenie się przez odkrywanie (75%), podczas gdy praca grupowa jest stosowana rzadziej (36%)

Brak zainteresowania matematyką pojawia się w grupie uczniów z niskimi wynikami z matematyki, kiedy brak jest wsparcia rodziców. Zainteresowanie tym przedmiotem i to jak sobie radzimy z nim zależy w dużej mierze od zainteresowań rodziców, ich nadzoru i pomocy.

Wskaźnikami aktywnego uczestnictwa według nauczycieli są: werbalizowanie myśli, koncentracja, gesty wyrażające skupienie lub podekscytowanie, zadawanie i odpowiadanie na pytania, ulepszanie pomysłów, uzasadnianie rozumowania.

Są nauczyciele którzy, tak jak w przypadku niektórych uczniów, trzymają się tradycyjnej wizji uczenia matematyki. Większość uznaje kształtującą rolę metod pracy w grupie, współpracy nauczyciel-uczeń. Są i tacy, którzy nauczają matematyki w inny sposób, stosując konstruktywistyczny model kształcenia, w klimacie sprzyjającym uczeniu się, koncentrując się na pragmatycznych aspektach matematyki i szanując potencjał każdego dziecka.

Zmienne pedagogiczne odnoszące się do podejścia konstruktywistycznego, związane z utrzymaniem wysokiego zainteresowania matematyką, to: metody stosowane w szkole (grupowe rozwiązywanie problemów, zróżnicowane uczenie się i nauczanie skoncentrowane na uczniu), pozalekcyjne zajęcia matematyczne, relacje nauczyciel-uczeń.

Ewaluacja projektu pokazuje, że:

1. Uczenie się matematyki jest bardziej przyjemne dzięki metodom aktywizacyjnym (73%).
2. Projekt rozwinął umiejętności i wiedzę pomocne przyszłej karierze zawodowej.
3. Nauczyciele i metody edukacyjne są ważną częścią procesu edukacyjnego.
4. Osiągnięcia edukacyjne zależą od wzajemnej współpracy (uczeń – nauczyciel i uczeń – uczeń), metod i form kształcenia wybranych przez nauczyciela. Im więcej nauczycieli będzie poszukiwać i stosować bardziej skutecznych i współczesnych form nauczania, tym więcej uczniów będzie zmotywowanych.
5. Korzystanie z tradycyjnych metod edukacyjnych wraz z aktywnymi podnosi znacząco poziom wiedzy.

Modern and activating methods in developing mathematical competences

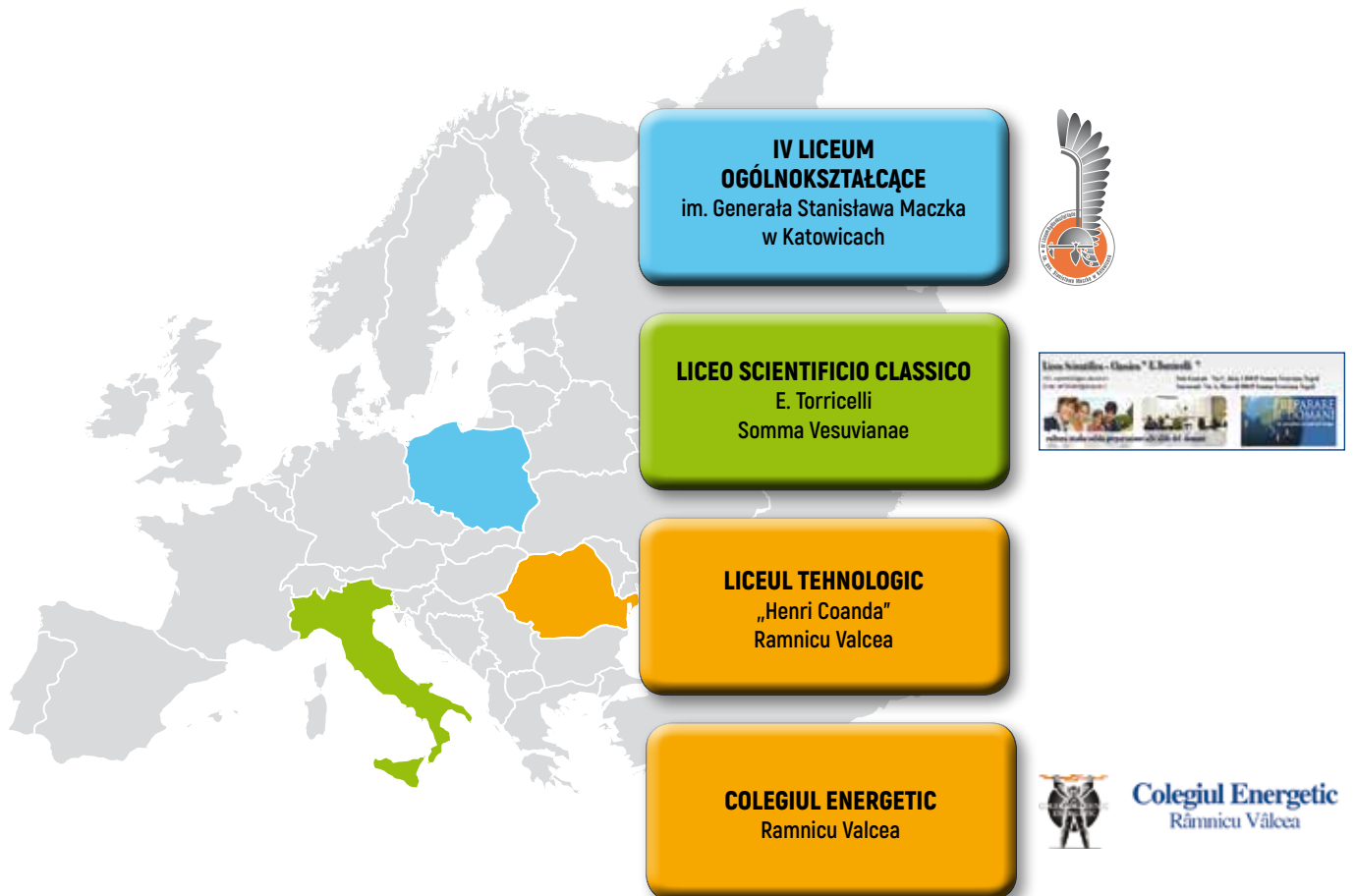


Erasmus+

Project coordinator:

**IV Liceum Ogólnokształcące
im. Generała Stanisława Maczka w Katowicach**

Partner schools:



The project carried out from 1.09.2017 till 31.08.2019

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union



Polish project team members:

Katarzyna Ziemiec
Katarzyna Trajdos
Lucyna Pawłowska
Kinga Paulewicz-Sopala
Elżbieta Bożek



Romanian project team members:

09.2017 – 09.2018
*Liceul Tehnologic Henri Coanda
Ramnicu Valcea*

Emilia Paraschiv
Ligia Nichita
Mariana Tanasescu
Maria Vasilescu
Nicolae Chişavu
Lăcrămioara Zamfir
Elena Titoiu

09.2018 – 31.08.2019
Colegiul Energetic

Simion Mihăiță Constantin
Marica Mariana
Matei Marilena
Diaconescu Carmen
Țenea Codruța
Bîrzescu Cătălin
Țițoiu Elena
Zamfir Lăcrămioara
Udrescu Ana Maria
Paraschiv Emilia



Italian project team members:

Speranza Rosa D'Alessandro
Francesco Orsini
Concetta Prota
Attilia D'Avino
Maria Menichini;
Antonio Iorio
Carla Cianciulli

Authors:

Katarzyna Trajdos: I. 2; II. 1. 1; II. 2. 1; II. 3. 1; II. 4. 1; II. 5. 1; II. 6. 1
Kinga Paulewicz-Sopala: I.1.1

Translation:

Lucyna Pawłowska: I. 1.2; I.1.3; II.1.2; II.1.3; II.2.2; II.3.2; II.4; III
Kinga Paulewicz-Sopala: II.1.1; I.2; II.2.1; II.3.1; II.5.1; II.6.1;

Romanian Team: I.1.3; II.1.3; II.2.2; II.3.2; II.4.2, III
Italian Team: II.1.2; I.1.2

The Erasmus+ project „Modern and activating methods in developing Mathematical competences” within KA2 action was carried out from 01.09.2017 till 31.08.2019.

The partner schools were:

- IV Liceum Ogólnokształcące im. Generała Stanisława Maczka in Katowice, Poland,
- Liceo Classico E.TORRICELLI in Somma Vesuviana in Italy,
- Liceul Tehnologic Coanda during the first year and then Colegiul Energetic, both in Ramnicu Valcea in Romania.

The schools cooperated effectively and reached all objectives of the project:

- For students:
 - improvement of mathematical competences,
 - improvement of ICT skills,

- development of language skills
- forming the positive attitude towards learning Maths

- For teachers:
 - gain in knowledge on activating methods of teaching, project-based teaching, gamification in teaching Maths, eTwinning projects,
 - development of the ability to apply aforementioned methods,
 - improvement of English competency,
 - improvement of ICT skills
 - experience of work with the multicultural students
 - development of new methods and forms of work

TABLE OF CONTENTS

CHAPTER I	How to motivate us?	64
I.1	Conclusions from the survey carried out among students at the beginning of the project on good practices in teaching Maths.....	64
I.2	Results of project activities from students' perspective and observations on the work of project schools.....	74
CHAPTER II	Developing mathematical competences with the use of modern and activating methods of teaching	76
II.1	Maths tasks with the use of real-life context.....	76
II.2	Project-based method ideas catalogue.....	84
II.3	Activating methods in Maths lessons.....	92
II.4	eTwinning projects in developing Maths and ICT competences.....	113
II.5	GeoGebra as an activating teaching tool in Maths lessons.....	116
II.6	Maths competitions.....	116
CHAPTER III	Conclusions and recommendations	118

CHAPTER I

How to motivate us?

I.1

Conclusions from the survey carried out among students at the beginning of the project on good practices in teaching Maths

POLAND

“Good practices in teaching maths” Analysis of the survey for students

RESULTS

The survey for students consisted of 16 closed-ended questions and 1 open-ended question.

In mathematics lessons:

1. *discipline in Maths lessons helps me to focus*

According to the survey most of the students (80%) admit that discipline in Maths lessons is a very important factor which helps them to focus better on the material being taught. 11% of the students have no opinion on it and only 9% of students disagree with this statement.

RECOMMENDATIONS

It should be a priority for a teacher to maintain discipline during the lesson. There should be a discussion among maths teachers in their Maths department about the most effective ways to keep discipline in the lesson. Peace and quiet seem to be a crucial factor in every teaching process.

2. *teacher should refer to the examples of everyday life, so that a student can understand the material better*

The overwhelming majority of students (90%) claim that the teacher should refer to the examples of everyday life. At the same time, 10% of respondents have no opinion on this topic.

RECOMMENDATIONS

Teachers should refer to examples of everyday life so that a student could perceive the relationship between the mathematical content being taught during the lesson and how to use it in real life. Thus, the students will not feel bored and can understand the material better. Maths teachers ought to share experiences on how to teach effectively.

3. *I like to listen to some interesting Math facts because they develop my interest in mathematics*

That opinion is shared by 67% of the respondents, and 20% of the students have no opinion on the above subject.

RECOMMENDATIONS

To make young people interested, active and willing to participate in the lesson, it will be valuable to provide students with interesting facts about mathematics. This can break the routine and develop their interest in mathematics.

4. *clear and comprehensible language used by a teacher helps me understand the material which is being introduced*

Almost all students (98%) appreciate when the teacher uses clear and comprehensible language.

RECOMMENDATIONS

Teachers should use simple, clear and comprehensible language when introducing new maths content, as this helps students understand it better. It also helps to maintain a good contact between the teacher and the student. Difficult mathematical terms should always be clearly explained.

5. *the use of memory techniques referring to imagination, emotions helps me remember the material*

For 79% of students, using a variety of memory techniques referring to imagination and emotions helps to remember the material. Other students have no opinion on this topic.

RECOMMENDATIONS

Teachers should teach their students different memory techniques related to imagination and emotions that will help them remember the material being taught and make use of it in the future. This can increase student involvement in the lesson and will be a useful skill for the future.

6. *it helps me when the teacher uses witty examples to explain something or if a task is humorous*

Most students (90%) value funny examples used by the teacher to explain various mathematical issues. Other students have no opinion on this topic.

RECOMMENDATIONS

Due to the fact that a contemporary teenager likes laughing, telling jokes, it should be a crucial thing for a teacher to provide the students with hilarious examples that will help them to remember a specific issue of a maths material better and faster. The teacher should also remember to create a pleasant and friendly atmosphere in the classroom.

7. *the use of different colours by the teacher when writing on the board helps me focus and understand*

This opinion is shared by 82% of students who like when the teacher uses different colours when writing on the board because it helps them to concentrate and understand a given issue better. 14% have no opinion on this topic.

RECOMMENDATIONS

This may seem irrelevant, but maths formulas written with coloured markers or coloured chalks can help organize your thoughts and help students follow the gist of the lesson. Teachers should be encouraged to use different colours when writing on the board, as it helps their students focus better and understand a given issue.

8. *I prefer to solve mathematical tasks that refer to everyday life*

More than half of the students (53%) claim to like mathematical tasks that refer to everyday life. 8% of respondents do not like, and 39% of students have no opinion about tasks related to everyday life.

RECOMMENDATIONS

The teacher should encourage students to refer to the examples of everyday life so that the student can understand the material better. For students, if something is useful or practical, it is worth learning.

9. *online math quizzes with the use of my own phone engage me and influence my attitude towards math in a positive way*

66% of respondents say that is true. 18% have no opinion on it, and 12% disagree.

RECOMMENDATIONS

Students feel attached to their smartphones, so teachers should use their interest and find applications with various quizzes that can be helpful in learning and can positively influence students' approach to mathematics. Teachers should also share their experiences of "novelties" emerging on the market. Those who feel insecure should ask an IT teacher for help.

10. *I prefer to do homework online*

The opinions are divided. 40% of respondents do not like doing their homework online, and 33% of students do not mind. 27% of students have no opinion on this subject.

RECOMMENDATIONS

The use of ICT is a key factor in the teaching process. Teachers should motivate and encourage their students to do their homework online. Students should start with simple tasks and then move on to more difficult ones. They should also be rewarded for solving them online (in the form of additional points or grades).

11. *the use of visualization of mathematical problems (eg. GeoGebra applets) helps me to understand the material and increases their interest in maths*

According to 68% of students, this is true. Other students (29%) have no opinion on this topic.

RECOMMENDATIONS

To increase students' interest in lessons, teachers should include ICT in their teaching process. At mathematics team meetings, teachers should exchange a variety of applications, and people who use them should be trained on how to use them.

12. maths workshops such as robotics arouse my interest in maths

More than half of the respondents (51%) claim that workshops such as robotics arouse their interest in mathematics, 29% have no opinion on this subject, and 14% disagree.

RECOMMENDATIONS

Although a contemporary generation is computer-oriented, not everyone likes robotics workshop. Teachers should emphasize the value of various workshops or some non-standard mathematics teaching activities, while showing students a variety of opportunities to develop their imagination and implement their own ideas. In addition to learning how to construct and program, students will also learn logical thinking.

13. lectures conducted by academic teachers arouse my interest in mathematics

This opinion is shared by 37% of the students. 32% have no opinion, and 30% disagree.

RECOMMENDATIONS

Students should be encouraged to participate in activities/classes conducted by academic teachers. As a result, students can experience other ways to conduct lessons and learn other ways to solve math problems.

14. mini-math projects have a positive effect on my attitude towards math

According to the survey, 37% share this view, 32% have no opinion, and 31% disagree.

RECOMMENDATIONS

Students' participation in maths mini-projects can have a positive impact on their approach towards learning maths. Students are often willing to take part in various projects, provided that they are rewarded for their work. The prize can be a grade or a small reward. All actions taken by students can significantly improve their not only mathematical skills, but also social, communication, research, thinking and self-organization skills.

15. I find it engaging when a student is teaching a lesson (using so called 'flipped classroom') and it helps me to understand more

This form of learning is attractive to 46% of the students, 30% of the surveyed have no opinion on it, and for 19% of students this is not a good idea.

RECOMMENDATIONS

Teacher should allow their students to conduct experiments such as 'flipped classroom. It may help students to overcome shyness or test their skills. Students should be encouraged to use different types of teaching techniques. They can also show the teacher how they like to be taught.

16. Please, write down what else makes you understand the material better, helps you to focus, motivates you to learn maths

The answers provided by the students include:

- a slow, clear and simple way to explain material by a teacher
- an appropriate way to explain the material
- peace and quiet in the classroom
- no pressure during the lesson
- usefulness of mathematics in everyday life
- using maths games
- individual lessons
- additional lessons organized by the teacher
- nice and friendly atmosphere
- giving examples of everyday life
- a good and patient teacher
- a teacher with passion
- a teacher devoting a lot of time to his students
- many tasks prepared by the teacher
- lessons conducted in an interesting way
- participation in the lesson
- tasks solved on the board
- final exam
- innovative ways of teaching mathematics
- scientific videos on YouTube e.g. sauce V.

- additional points in maths lessons
- good marks
- well-organized system of rewards and punishments
- not punishing students for things they cannot do

RECOMMENDATIONS

Some of the answers given by students are the same as the questions contained in the survey, e.g. the issue of a pleasant and friendly atmosphere, the appropriate way to explain the material, peace and quiet during lessons or classes conducted in an interesting way. However, according to students, there are many other factors that can help them learn faster or understand maths better. It can be paying attention to the usefulness of mathematics in everyday life, innovative ways of learning or the lack of pressure from the teacher. In the survey, students point out the need to refer to the upcoming final exam, a well-organized system of rewards and punishments, or not “punishing” for things they cannot do. A hint for the teachers may be to focus more on the grading system and organize the teaching process in the most stress-free way.

CONCLUSIONS

Because for many students, mathematics is a difficult subject, involving many complicated mathematical concepts, issues and tasks, the role of the teacher seems to be important.

The teacher should be able to keep up with the rapidly changing requirements in order to be the 21st century teacher. Thus, it is necessary to be able to use the most diverse teaching tools such as ICT, activating methods, and working with the project-based method. Contemporary teaching should be modern and adapted to the rapidly changing world. A wide range of activating methods and the use of ICT can help the teacher interest students and encourage them to learn. The objectives of the Erasmus + project seem to be the most important in this case, because they assume collecting various activating methods from partner schools and conducting trainings on these methods. It gives the teacher a chance to broaden his competence and personal development.

ITALY

Motivation in Mathematics learning A general survey report

The purpose of this survey was to know the motivation of mathematics learning in our high school and particularly the students aged 16/18 in the biennio 2017/2019.

Data collection method was done in the form of survey conducted in Google form. The instrument used has been a questionnaire of motivation to learn Maths. The result of the survey shows that the students of both school years have increased their motivation to learn Maths with an average of 3.39%. Based on the results of the analysis, a lot of the students who have had high learning motivation on Maths, were previously dissatisfied with the value of daily tests and practices carried out before starting the project. It shows that high learning motivation is not enough to get a satisfactory value. Based on the results of interviews from 20 model students, they wanted to use a good learning media that had three characteristic, that was a learning media that taught students not to give up easily, that was able to bring out a sense of pleasure, and that was challenging. Therefore, beside high learning motivation, understanding of mathematics materials supported by the use of good learning media was also required.

Motivation in Mathematics Learning

Media choice is able to improve student achievement because the increase in learning motivation. Most of the students preferred to have game based activities that boosted thinking skill. An extrinsic means that effect student achievement is the selection of learning media. Therefore, teachers have to provide students with suitable services, one of them by using learning media.

Methods

Data collection method used survey and interview. Survey was conducted to obtain data of student motivation in mathematics learning. In the majority of the studies, a questionnaire or survey was used to measure motivation.

Interview was conducted to obtain information about student's interest to the use of learning media. It was done to certain students. The subject of this study consisted of 96 students in Mathematics classes. Subject were randomly assigned to fill the questionnaire, they were 51 male students, and 45 female students. Each student was given a questionnaire about their motivation in Mathematics learning. There was no time restriction for answering the questionnaire.

Furthermore, information about student interest to the use of learning media was obtained from interviews to certain students (20). They were chosen based on results of the questionnaire of motivation in mathematics learning. Selected students have become source of information, they are five students with low and medium motivation in Maths from each of the 4 classes involved in the project. All interview results are compared with the results of individual qualitative responses. Then, the result of interviews were analyzed to get information about the learning media that students wanted. So, the result of student responses is collaborated with interview result to get more specific information.

This study used questionnaire of motivation in mathematics learning based on theory. This questionnaire consists of 16 specific statements about the motivation of learning mathematics looking for the mean for each point. That quantitative data was converted to qualitative data using the following table. In one study, ratings of observed engagement [13] were used as a measure for motivation.

RESULTS AND DISCUSSION

The data were obtained from the survey of motivation in mathematics learning and interview to high school students in Liceo Torricelli (Italy). The 20 students with certain difficulties in Maths were selected to be asked if they were willing to fill out a questionnaire about the motivation to learn this subject. After that, the interview was conducted to several respondents to strengthen the information that has been obtained as well as to get information about student's interest in learning media.

There are 16 statements that have to be chosen by each respondent. The students interviewed were given plenty of time for the results that can be accounted for. The respondent's choice was independent. Survey of motivation in learning media is presented in the following table.

In mathematics lessons:

- 1. discipline in Maths lessons helps me to focus*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
2	5	8	4	1

- 2. teacher should refer to the examples of everyday life, so that a student can understand the material better*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
18	2			

- 3. I like to listen to some interesting Math facts because they develop my interest in mathematics*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
6	9	2	3	

- 4. clear and comprehensible language used by a teacher helps me understand the material which is being introduced*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
10	10			

- 5. the use of memory techniques referring to imagination, emotions helps me remember the material*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
9	11			

- 6. it helps me when the teacher uses witty examples to explain something or if a task is humorous*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
9	11			

- 7. the use of different colours by the teacher when writing on the board helps me focus and understand*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
7	13			

- 8. I prefer to solve mathematical tasks that refer to everyday life*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
10	10			

- 9. online math quizzes with the use of my own phone engage me and influence my attitude towards math in a positive way*

Definitely yes	Yes	I have no opinion aboute it	No	Definitely no
20	0			

10. I prefer to do homework online

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
6	8		6	

11. the use of visualization of mathematical problems (eg. GeoGebra applets) helps me to understand the material and increases their interest in maths

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
11	7	2		

12. maths workshops such as robotics arouse my interest in maths

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
	8	10	2	

13. lectures conducted by academic teachers arouse my interest in mathematics

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
	3	9	8	

14. mini-math projects have a positive effect on my attitude towards math

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
3	7	9		

15. I find it engaging when a student is teaching a lesson (using so called 'flipped classroom') and it helps me to understand more

Definitely yes	Yes	I have no opinion about it	No	Definitely no
	1	11		

16. Please, write down what else makes you understand the material better, helps you to focus, motivates you to learn maths (an open question)

- Connect what you're teaching to real life
- Use students' interests and fascinations
- Give students choices
- Use specific everyday examples
- Link routines to learning
- Use specific everyday examples
- Make learning fun

Initially students had not seen the relationship between Mathematics with their daily life. However for the difficulties of Mathematics, students assumed that it was a difficult subject to understand. In line with those results, an average of 2.50 indicates that the tasks / exercises given by teachers are still quite difficult for them as they had not seen the relationship between Mathematics tasks with the daily life, hobby, and the dream. Student, interviewed after the test, assumed that there wasn't the advantage of learning Mathematics because it was considered only as a science which learned in school, not as a part of life. It impacted on the learning purposes, so that a good achievement became the main purpose. That mindset raised the burden to learn Mathematics. So during the two years of the project teachers made students to feel the pleasure of learning Mathematics as something relative; it means that Mathematics would have become enjoyable if the material had been easy. Therefore, student considered that using media and games could be challenging and foster interest in learning was important.

CONCLUSIONS

Based on the results of the analysis, teachers got conclusion that students in our school had motivation to study mathematics but, anyway, not all items were correlated positively with those results. The results They strongly agreed with the opinion that Mathematics was an important subject, although the results obtained were not satisfactory. It showed that high learning motivation was not enough to get a satisfactory.

Based on the analysis of students' responses about the retrieved learning media, they wanted media-based technology with some characteristics. That was a learning media that taught students not to give up easily, that was able to bring out a sense of pleasure, and that was challenging.

ROMANIA

Developing mathematical competences How to motivate the students to learn?

Mandelbrot, in a plenary lecture on experimental geometry and fractals at the 7th International Congress on Mathematical Education, advised the audience of mostly precollege mathematics educators of how to pivot on curiosity when teaching mathematics: "Motivate the students by that which is fascinating, and hope that the resulting enthusiasm will create sufficient momentum to move them through that which is no fun but is necessary".

Student Engagement Questionnaire

<https://www.christenseninstitute.org/blog/improve-student-engagement/>

<https://docs.google.com/document/d/1it5mGpv5vP7dGz5Qc72cDnZq7TXp64DBRKmfC-PBKHE/edit?usp=sharing>

Whether an individual completes the survey is related to his/her level of engagement. Those students who decline to participate generally include individuals who are less engaged in school. Therefore, low levels of participation indicate low student engagement in general, and mean survey findings will overestimate the level of engagement.

Modern and activating methods in developing mathematical competences

"GOOD PRACTICE IN TEACHING MATHEMATICS"



<https://www.surveymonkey.com/r/H3TQ5B2>



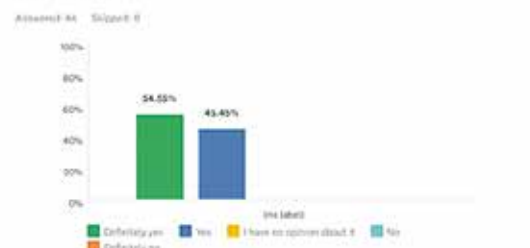
<https://www.surveymonkey.com/results/SM-3MMJY2CQ8/>



"GOOD PRACTICE IN TEACHING MATHEMATICS"

<https://www.surveymonkey.com/results/SM-WSYNVBG97/>

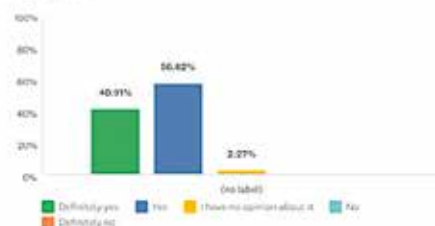
mini-math projects have a positive effect on my attitude towards math



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
int_label0	54.55%	45.45%	0.00%	0.00%	0.00%	44	1.45

teacher should refer to the examples of everyday life, so that a student can understand the material better

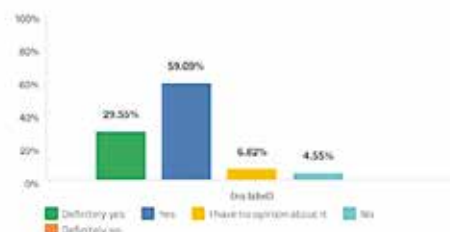
Answered: 44 Skipped: 0



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	40.91%	56.82%	2.27%	0.00%	0.00%	44	101

I like to listen to some interesting math facts because they develop my interest in mathematics

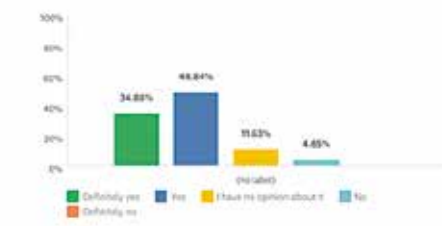
Answered: 44 Skipped: 0



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	29.55%	59.09%	6.82%	4.55%	0.00%	44	100

The use of memory techniques referring to imagination, emotions helps me remember the material

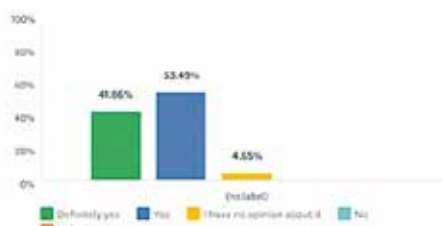
Answered: 43 Skipped: 1



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHT AVERAGE
(No label)	34.88%	48.84%	11.63%	4.65%	0.00%	43	1

It helps me when the teacher uses witty examples to explain something or if a task is humorous

Answered: 43 Skipped: 1



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	41.86%	53.49%	4.65%	0.00%	0.00%	43	101

I prefer to solve mathematical tasks that refer to everyday life

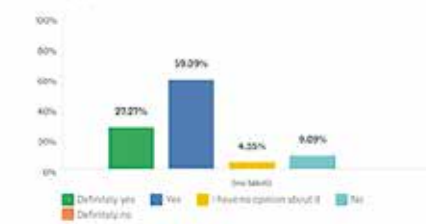
Answered: 41 Skipped: 1



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	32.54%	55.81%	9.30%	2.33%	0.00%	43	101

online math quizzes with the use of my own phone and online homework engage me and influence my attitude towards math in a positive way.

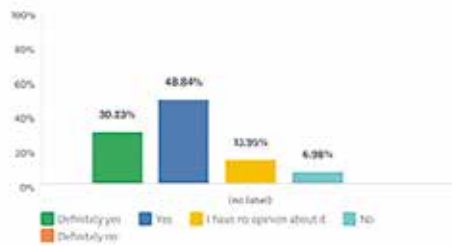
Answered: 44 Skipped: 0



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	27.27%	59.09%	4.55%	9.09%	0.00%	44	100

The use of visualization of mathematical problems (eg GeoGebra applets) helps me to understand the material and increases interest in maths

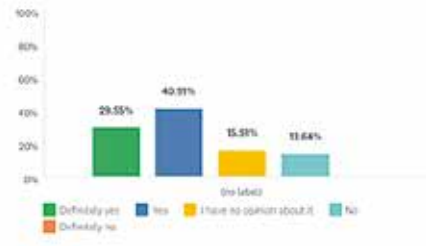
Answered: 43 Skipped: 1



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	30.23%	48.84%	13.95%	6.98%	0.00%	43	1.00

I find it engaging when a student is teaching a lesson (using the so-called 'flipped classroom') and it helps me to understand more

Answered: 44 Skipped: 0



	DEFINITELY YES	YES	I HAVE NO OPINION ABOUT IT	NO	DEFINITELY NO	TOTAL	WEIGHTED AVERAGE
(No label)	29.55%	40.91%	15.91%	13.64%	0.00%	44	2.14

Conclusions and recommendations

The majority of responses show that students will be much more interested in learning if teachers will use new methods and techniques :

- mini-math projects
- examples of everyday life and interesting math facts
- visualization of mathematical problems (eg GeoGebra applets)
- flipped classroom etc

Most importantly, the relationship between the student and the teacher leads to positive outcomes in education. "The space in between", as referred to by Ha Tran, is created by the teachers' student-centered attitude and their care for the students as human beings as well as their equals. Those teaching situations require flexibility and open-mindedness.

With the lack of financial support, equipment, and staff, following regular teaching curriculum might be almost impossible to implement on daily basis all the new methods and techniques the students find engaging.

What makes you understand the material better, helps you to focus, motivates you to learn maths- students' comments

I understand better when the teacher is calm and explain everything. Also projects like this are useful and motivate a lot us to learn more.

11/27/2017 9:33 AM

fun exercises

11/27/2017 9:43 PM
my teacher

11/27/2017 6:47 PM
I have positive opinion of my teacher

11/27/2017 4:23 PM
To get a better understanding of math I need help from the lady teacher and many examples to understand

11/27/2017 1:29 PM
I am very motivated by funny methods, math games because it makes me learn mathematics much better.

11/27/2017 1:27 PM

to play mathematical games

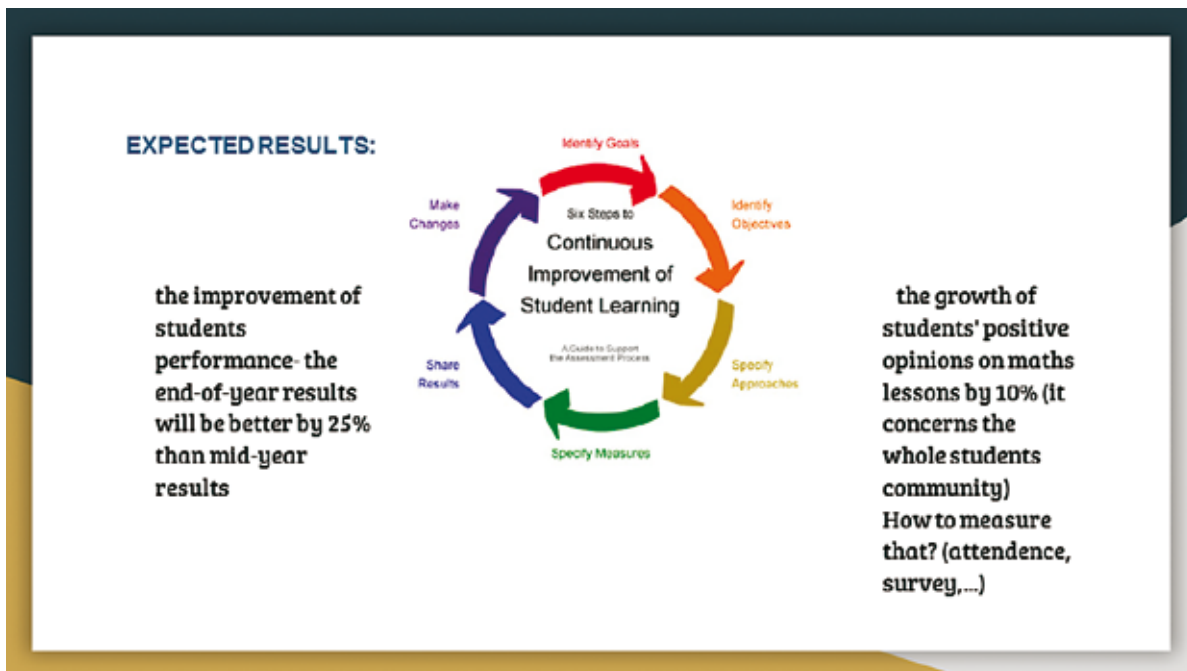
11/27/2017 1:25 PM
i focus when my teacher try to show me an example in real life about that subject

11/27/2017 1:23 PM
funny methods
My motivation occurs when I think about my vet and what I will do in my life.

11/27/2017 9:39 AM
teamwork motivates me
It motivates me to learn more that some colleagues do not bother class, do more activities in class, and personal because learning helps you in life and is the best motivation

If the teacher takes his time to explain the lesson properly, that helps me a lot. Some don't really do it and it is kind of confusing sometimes.

11/27/2017 9:35 AM



I.2

Results of project activities from students' perspective and observations on the work of project schools

I. Effects of implementing project activities according to student opinions

- Positive attitude
- Learning maths through play
- Combining work and pleasure
- Full mobilization – responsibility for finishing the task
- Learning how to share responsibilities when working with the project-based method and integration of the project group
- Increased involvement in the implementation of activities related to the project activities
- Combining useful knowledge with a form that is pleasant for students: games, projects, competitions
- Developing cooperation skills
- Having fun with maths
- Developing creative thinking skills
- Developing organizational skills
- Positive experiences
- Ability to obtain new and interesting information related to mathematics and its connection with life
- Learning in the style of your favourite form of work
- Ability to choose the topic of the project work – diversity
- Working in a family atmosphere
- Learning how to organize working time
- Developing skills to overcome difficulties
- Discovering talents

II. Evaluation of work activities with the use of the project method

1. What was the best part of the project activities?
 - A nice surprise that working on the project was pleasant
 - Spending time with friends
 - Having fun
 - An idea for the form to perform maths tasks
 - Ideas, creativity, integration
 - Cooperation with others

- Atmosphere
- Creative activities
- Learning work organization and time organization
- Ability to interpret the project
- Motivation

2. What will I tell my friends about?

- Working with the project method is not only hard work, but also pleasure
- What kind of useful films were made
- Modern methods of working on mathematics using ICT
- The ongoing project was shown in other classes as a teaching aid
- I have great friends
- Good final result
- Nice time
- Project creation process
- We implemented a project during which everyone was smiling
- Acting experience and the fact that maths can be fun
- A great form of learning
- Everyone should try to do the project
- The topic covered my interests

3. What was the weakest?

- Film editing – time consuming
- Lack of time
- Organization of the equipment
- A school society that did not always wanted to cooperate
- Meeting deadlines
- Share of duties
- Difficult concepts
- Lighting problems

4. What would I like to change?

- Organization of group work
- To be humorous about activities
- Possibility of making longer films
- Communication
- More time for meetings
- Selection of people in the group

5. What have I learned? What was surprising? What did I find out?

- Creativity and invention, a surprisingly good final result
- New concepts
- Presenting how valuable teamwork is
- I can be a good maths student
- Demonstrating that mathematics is everywhere
- Team work
- Learning how to use film processing and editing programs
- Getting to know new mathematical terms
- Learning maths history
- Courage
- Group work

CHAPTER II

Developing mathematical competences with the use of modern and activating methods of teaching

II.1

Maths tasks with the use of real-life context

POLAND

Task 1.

Radioactive decay

In a living organism (plant or animal), the ratio of the radioactive ^{14}C isotope to the ^{12}C nonradioactive isotope is about $1.5 \cdot 10^{-12}$. After the death of the organism, the amount of radioactive isotope ^{14}C decreases (its half-life decay is about 5700 years), and the amount of ^{12}C isotope remains unchanged.

The formula $m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ describes the mass of the radioactive isotope sample with the half-life decay T , after the time t , m_0 is the initial mass of the sample.

Example:

Calculate the age of the find in which the measured value of ^{14}C is equal to 70% of the initial content of this isotope.

$$T = 5700 \text{ years}$$

$$m = 0,7 m_0$$

$$\log 0,7 = \log \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5700}}$$

$$\log 0,7 = \frac{t}{5700} \log \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = 5700 \cdot \frac{\log 0,7}{\log 0,5} \approx 2933$$

The find is about 2933 years old.



- 1) Calculate the age of the find, in which the measured content of the ^{14}C isotope is lower than the initial content by 40%.
- 2) Calculate how many percent of the initial isotope content of ^{14}C is in
 - a) an Egyptian mummy being 4,000 years old,
 - b) animal bones being 15 000 years old.

Source: *Matematyka 3*, W. Babiański, L. Chańko, J. Czarnowska, J. Wesółowska, Nowa Era

Image source: <https://www.tarohuset.com/sarkofag-med-mumie>

Task 2.

Optimization task – rotational solids

The railway tanker for transportation of chemicals consists of three parts, the middle one in the shape of a cylinder and two in the shape of hemispheres, closing the middle part on both sides. The cylindrical part of the tanker is made of a single layer of sheet metal, and the hemispherical portions of double layers. The volume of the tanker should be equal to $18\pi\text{m}^3$.

- a) examine what the diameter and the length of the tank should be in order to use as little material as possible
- b) it is known that 1 m^2 of sheet metal costs 500 zlotys. Calculate the amount of material needed for this tanker.



Source: *Matura z Matematyki*, A. Kielbasa, P. Łukasiewicz. Wydawnictwo 2000

Image source: https://www.modellbahnshop-lippe.com/produkt/Roco/1-4-002003-262791-0-0-0-18-10-2-0-gatt-pl-p-0/ein_produk.html

Task 3.

Sphere and ball

- 1) The radius of the sphere is approximately 6300km. Calculate the length of the parallel corresponding to the latitude of
 - a) 60°
 - b) 20°
- 2) What route does the city cover at 30° north latitude due to the rotation of the earth around the axis within three hours? We assume that the Earth performs a full turnover within 24 hours.



Image source: <http://gimn3mz.nazwa.pl/socrates/punkt10/punkt10.htm>

Task 4.



Water is supplied to the tank with four pipes, but if only the first pipe was in the water, the tank would fill in one day, the second pipe in 2 days, the third pipe in 3 days, and the fourth in 4 days. Calculate at what time the tank will fill up when water will flow through all pipes at the same time.

Image source: <https://pt.depositphotos.com/149908282/stock-video-water-flows-from-large-pipes.html>

Task 5.

A cargo train travelling at a speed of 60 km/h with a length of 100 m passes a passenger train standing at the station within 15 seconds. What is the length of the passenger train?

Image source: <https://www.parowozy.pl/przejazdy-retro/fotorelacje/rocznice-warszawa-2016/>



Task 6. Quadratic function, optimization task

A shop selling potatoes for 2 zlotys per day sold 400 kg. After some time, it was noticed that every price reduction by PLN 0.10 increases sales by 100 kilograms. The store buys potatoes from a farmer for PLN 0.80 per kilo, while other costs (storage, transport, etc.) for 1 kg of potatoes are PLN 0.01. At what price of potatoes, will daily sales bring the biggest profit? Calculate this profit.



Image source: <https://www.kuchniaplus.pl/artykuly/ziemniak-owoc-pozadania>

Task 7. Percentages

A certain insurance company grants the following discounts in third party liability insurance for non-accidental driving

Number of years of non-accidental driving	Amount of discount in %
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40
5	50
6 and more	60

and boosts

For the age of the owner under 25 years	20%
For the period of possession of a driving license for less than 3 years	30%
For the age of the car over 15 years	5%
For using the car as a taxi	30%

What percentage of basic premiums will be paid by the following people for the civil liability insurance of their cars:

- Paweł Nowak, age 22, driving license for 2 years, 2 years of non-accidental driving, 16-year-old car.
- Katarzyna Wrońska, age 45, driver's license for 23 years, 10 years of non-accidental driving, 5-year-old audi car
- Henryk Baranowski, age 54, driving license for 30 years, 3 years of non-accidental driving, car taxi: 6-year old opel.



Image source: <https://pl.freepik.com/darmowe-zdjecie-wektory/procenty>



Task 8. Average

In one farm, the farmer has 10 ha of class I crops at a price of PLN 48 thousand / ha, 5 ha of meadows at the price of 37 thousand / ha, 3 ha of grassland at the price of 20 thousand / ha, and 2 hectares of wasteland at the price of 10 thousand / ha. Calculate the average price per 1ha of this farmer's land.

Task 9. Square function, flat geometry – triangles

In a park there is a flowerbed in the shape of a rectangular triangle, whose catheti differ by 4 m. The area of flowerbed is 96 m². How many metres of the fence is needed to enclose this flowerbed?



Task 10. Scale and plan

- The garden has a rectangular shape with dimensions of 60 m by 40 m. How many cm^2 will the area of this garden have on a plan drawn up in scale 1: 5000.
- The road from Warsaw to Toruń marked on the map in the scale 1: 10,000,000 is 2 cm long. Calculate how much this route actually has. the actual length of this route.
- Paprocany lake covers an area of 132 ha. Calculate the area of the lake on the map in the 1: 40,000 scale.

Image source: https://www.google.com/url?sa=i&rcrt=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&ved=&url=https%3A%2F%2Fwww.nocowanie.pl%2Fjezioro_paprocanskie%2C152620%2Cmap%2C1.html&psig=AOvVaw2adVLh06MioMrZwuhSewW3&ust=1561804616427128



ITALY

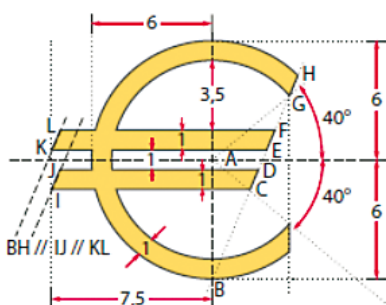
Task 1. Olympic rings

The five rings and the Olympic flag were officially presented in black and red by Pierre de Coubertin at the Paris Olympic Congress in 1914. The ideals of universality and brotherhood symbolized by the five intertwined rings (which together represent the five continents) were a very innovative proposal for the beginning of the twentieth century, in a world increasingly marked by strong nationalisms.

- Arrange the five rings in a Cartesian reference system so that the center of the black circle coincides with the origin and the axis x is tangent to the yellow and green circumferences. Suppose the rings of zero thickness, of unit radius and set equal to 1 the distance between two successive circumferences of the same row (pay attention, the distance is given between two circumferences, not between the respective centers).
- Find the equations of the five circumferences.
- Starting from the black ring, what transformations must be performed to obtain the other four?



Task 2. Symbol of the euro



The euro symbol (€) was presented to the public by the European Commission in December 1996, which motivated its choice: "the € is inspired by the Greek epsilon, and then refers to the cradle of European civilization and the first letter of Europe, crossed by two parallel horizontal lines to indicate the stability of the euro".

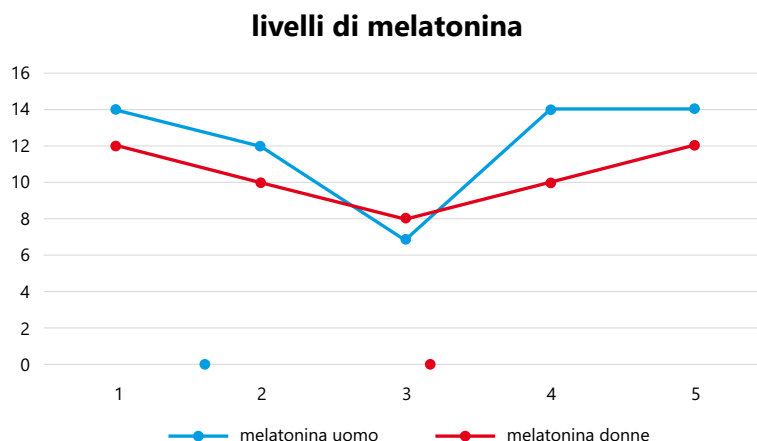
The figure shows the official measures of the euro symbol. Having fixed the Cartesian reference system with the origin in point A and the horizontal abscissa axis, write the equations of the main features of the symbol: the two concentric circumference arcs and the two horizontal bars. (To simplify the calculations, even if it does not correspond to the indications of the drawing, suppose that the straight line AG and the symmetrical straight line form angles of 45° instead of 40°).

Task 3. Levels of melatonin

The following graph shows the average values of the melatonin hormone in men and women. Look at it carefully and then answer the questions that follows.

- Which is the wrong option: a,b,c,d?
 - At 6.00 o'clock men have a higher concentration of melatonin
 - In men concentration of melatonin doesn't grow steadily during 24 hours
 - Concentration of melatonin in men is lower than concentration in women only at 12.00 o'clock.
 - During night in men the concentration of melatonin is higher than concentration in women.

- 2) There is a pill that raises about a point the value of melatonin and so for 24 hours. Which is the minimum number of pills that a man has to take to obtain, during all the day, a level of melatonin higher than women's one?
- 2
 - 3
 - 4
 - 8



(5 measures on horizontal axis correspond respectively to: 00:00; 6:00; 12:00; 18:00; 24:00).

Task 4.

A birthday party: an orange cake

You'll invite 6 of your friends at home for your birthday and in this occasion you would like to prepare a cake. The recipe for the cake that you have chosen contains the following devices about the ingredients.

Ingredients	Doses for 4 people
flour	160 g
sugar	200 g
eggs	2
milk	100 cc
butter	90 g
Diluted orange juice (3 parts of juice for 7 parts of water)	130 cc

Task 5.

Playing Cards

An ordinary pack of 52 playing cards consists of 13 clubs, 13 diamonds, 13 hearts and 13 spades. The pack is shuffled and a card is drawn up and returned to the pack. This procedure is repeated twice. Find the probability that the three cards drawn up are:

- All hearts
- Two clubs and a spade (in any order)
- Of three different suites.



Task 6.

Call Operators

Analyze the true of the following telephon costs, doing a suitable mathematical model for each of them:

- The **operator A** offers a "flat" rate of 40 euro – phones are included.
- The **operator B** offers a rate of 9 cents for minute, without fixed cost.
- The **operator C** advertises an offer of 400 minutes included at 25 euro and 13 cents for every following minutes.

What is the best offer in your opinion? Motivate the answer.

Task 7. Madrid's European gate

Madrid's European gate (Torri Kio) is made up of two towers 15° inclined with respect to the vertical (as shown), with a height of approximately 114.7 m divided into 27 floors each of which has a surface of about 3252.1 sqm.



Task 8. Train Tickets of Eurostar Italia Freccia Rossa

Through the last five years the train tickets of Eurostar Italia Freccia Rossa have undergone increases, as shown by the prices applied on the Milan-Naples and Milan-Florence routes shown in the table to the side.

Include: the fixed base index numbers with base year 2008; mobile base index numbers.

Based on the results obtained, answer the following questions:

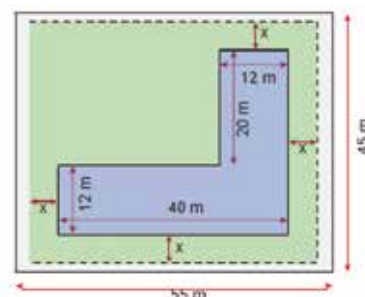
- did the cost of the ticket increase more in the Milan-Naples or Milan-Florence section between 2008 and 2010?
- in which year had the greatest increase compared to the previous year and in which of the two routes?

Anno	Milan – Naples Second class	Milan – Florence Second
2005	€46,48	€22,72
2006	€46,48	€22,72
2007	€51,00	€26,00
2008	€56,10	€28,50
2009	€75,10	€37,10
2010	€89,00	€41,00

Task 9. A Tendering procedure for a building

A municipal administration issues a call for a tendering procedure for the construction of a building on a rectangular ground of 55 # 45 m. The announcement states that the L-shaped block is surrounded by a green area at least double than the area occupied by the house, if it has at most two floors; if the house has three to five floors, the area of the green area must be three times that of the building. The dimensions of the house are those shown in the figure.

- Find the range of x values for which the conditions are met.
- Is it possible to build a five-storey house?



Task 10. The World Football Championship

The tables show the results obtained by Italy in the world football championships of 1982 and 2006.

For the 2006 world championship, calculate:

- the goals scored and goals conceded during the season, excluding goals on penalties;
- the simple average difference of goals made;
- the standard deviation of the goals made. Comparing the two world championships:
- In which league has Italy suffered more goals on average?
- In which league is better the relationship between goals scored and goals conceded?

World Championship 1982	
Matches	Scores
Italy – Poland	0-0
Italy – Perù	1-1
Italy – Camerun	1-1
Italy – Argentina	2-1
Italy – Brazil	3-2
Poland – Italy	0-2
Italy – Germany	3-1

World Championship 2006	
Matches	Scores
Italy – Ghana	2-0
Italy – United States	1-1
Czech Republic – Italy	0-2
Italy – Australia	1-0
Italy – Ucraina	3-0
Germany – Italy	0-2
Italy – France	1-1 (5-3 on penalties)

ROMANIA

Task 1. Probability

If on a square decimeter there are on average 10 flowers and the spheres in the image above have equal rays, what is the probability for the first flower that will fall to be white?



Task 2. Sequences

In Zăvoi Park in Ramnicu Valcea, on 28/2/1848, the national anthem was sung for the first time. "Awake Romanian!" Was composed by Anton Pann and the lyrics were written by the poet Andrei Mureșanu. The Romanian state's anthem is made up of eleven stanzas. On festive occasions, stanzas 1, 2, 4 are interpreted. If there was a mathematical rule for the chosen stanzas, which you think would be the next number after 1,2,4,...



Task 3. Percents



In the recent years, at the Anton Pann Theatre from Ramnicu Valcea, the price of a ticket has been quite volatile. Suppose the price was initially 10 lei. After a period where the value first decreased by 20% and then the value increased by 20%, would the value still be 10 lei?

Task 4. Real numbers

In the independence war there were about 7600 dead and wounded out of a total of 25000 victims. If the number of the sick was six times higher than the number of the wounded, how many deaths were there?



Task 5. Functions

The fountain has a water jet that sprays water from a location on a wall 12ft above the ground. The water reaches it's maximum height at a point 20 ft above ground and 4 ft from the wall. Write a function to model the path of the water.



Task 6.



Real numbers

The volume flow rate through one water fountain is $0,075 \text{ m}^3/\text{s}$. Each water stream can rise to a height of 10 m. Estimate the daily cost to operate the all the fountains in the photo. Assume that the pump motor efficiency is 90%, the pump efficiency is 90% and the cost of electricity is $0,2 \text{ € /kwh}$.

Task 7. Functions

You have been hired to design the water arc of a coin fountain. The pool of the fountain is 20 dm wide, and the water arc is to be greater than 6 dm tall, but less than 50 dm. You will need to determine the locations of the launch point and landing points and the maximum height of the arc. Also, you will need to write an equation that describes the water arc in terms of its height in relation to the horizontal distance along the pool.

Task 8. Surface area

The entrance to the museum was originally paved with 9 rows of 80 rectangular tiles having the length twice as long as the width. These must be replaced, but the new tiles have a length and width twice as great as the original ones. How many tiles are necessary?

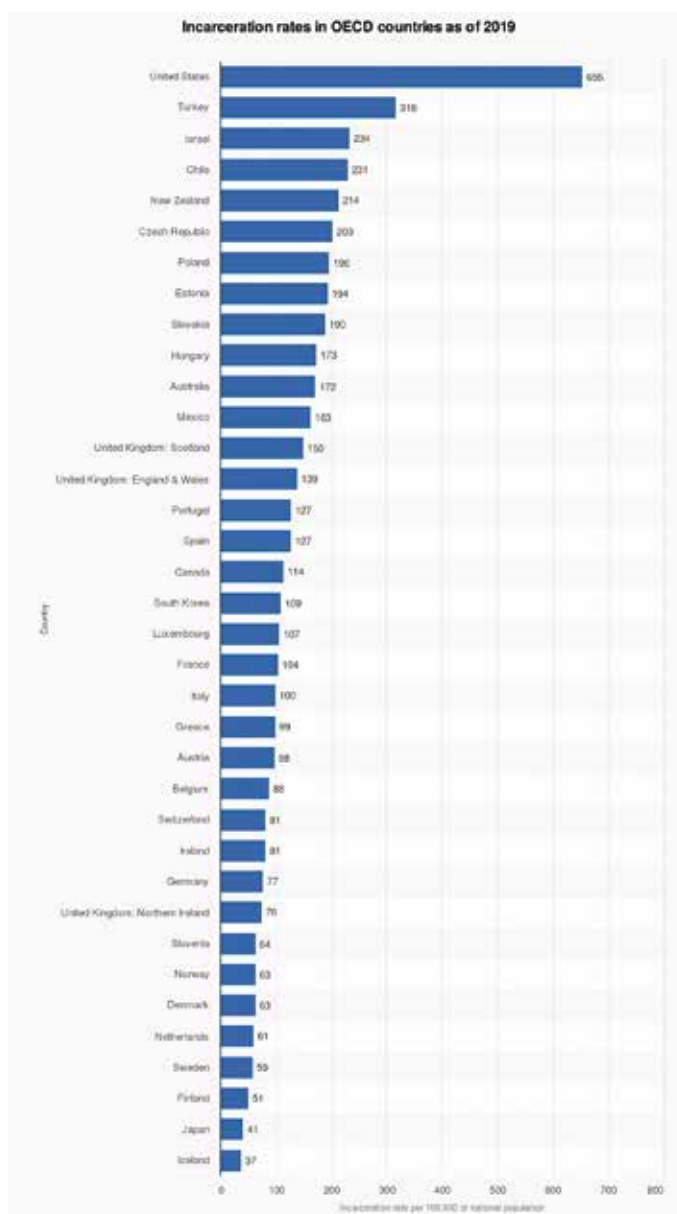


Task 9. Statistics

This statistic shows the incarceration rate in OECD countries, as of 2019. The incarceration rate represents the number of people in prison per 100,000 of population.

What information would you need to find out whether Slovenia has more prisoners than Sweden? Go find that information and answer the question:

- Which country has more prisoners—Slovenia or Sweden?
- Which country incarcerates people at approximately twice the rate as the Ireland does?



Task 10. Probability

12 women and 10 men are on the faculty. How many ways are there to pick a committee of 7 if:

- a) Ana and Bob will not serve together,
- b) at least one woman must be chosen.

II.2

Project-based method ideas catalogue

POLAND

I. Feet, palms, cubits, measurements in ancient times

Project goals:

1. Getting to know the ancient Greek and Roman measurements such as palms, feet, cubits, plethron, rod/perch/pole, fathom, step, siliqua, pitcher, the day of the road.
2. Deepening and developing mathematical knowledge.
3. Developing teamwork skills.
4. Developing ICT skills.
5. Presenting the practical application of mathematical knowledge in the daily life of our ancestors.

Implementation of the project:

The students in groups of 4-5 will make a film presenting the measures used in ancient times.

II. The Fibonacci sequence/ who Fibonacci was

Project goals:

1. Familiarizing the students with the person of Fibonacci.
2. Explanation of the concept of the fi number – the golden ratio.
3. Presentation of the relationship in which mathematics occurs in everyday life.
4. Explanation of the Fibonacci sequence.
5. Developing teamwork skills.
6. Developing planning and time management skills.
7. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The 1st idea:

The students in groups of 4-5 will create a book, a presentation or a movie showing the existence of dependencies associated with the Fibonacci sequence in everyday life.

The work will consist of:

1. Collecting information on Fibonacci sequence.
2. Searching, taking photos, performing pictures and materials presenting the occurrence of Fibonacci sequences on practical examples.
3. Selection of the collected material.
4. Creating a book, a presentation or a film script on the use of Fibonacci sequence.
5. Making a book, a presentation or a film.

The 2nd idea:

The students will create a board game in a group of 2-3. The game will present a constellation – a comet – a set of planets with individual fields being highlighted, the consecutive numbers of Fibonacci sequences. The player who stops in this field will be able to read an interesting fact about the Fibonacci sequence prepared on separate pieces of paper. The game will end when you reach the finish line. The player with the biggest number of most interesting facts about the Fibonacci sequence wins.

III. As previously calculated. A Turing machine

Project goals:

1. Learning the concept of an algorithm.
2. Getting to know the silhouette of Alan Turing.
3. Understanding the construction of the Turing machine.
4. Presentation of the selected programming languages and their current application.
5. Developing teamwork skills.
6. Developing planning and time management skills.
7. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in groups of 4-5 will make a film about the Turing machine, its construction and the principles of introducing computational algorithms. The students working in the group will take the role of a screenwriter, a director, a filmmaker, a director and a stage designer. They will be the actors themselves and they will gain the necessary information about the person of Alan

Turing and the construction of the Turing machine. The students will select the collected information, write the script, and then make a film.

IV. Mathematical Escape Room

Project goals:

1. Ability to work in a group.
2. Developing the information search skills.
3. Developing the skills of using ICT – creating props, writing a computer program – encryption.
4. Using the acquired maths skills to encrypt puzzles.
5. Developing logical thinking skills

Implementation of the project:

The students in a group of 4 will play the role of a seeker, a selector, a screenwriter and a writer. They will select riddles to create the Escape Room script, collect the appropriate materials for the props (e.g. boxes – storage compartments, envelopes – puzzles, cards – ciphers, a computer program), they will make those props themselves. The students will create a ready-made script with the riddles and will test its correctness.

V. Sophisms

Project goals:

1. Developing teamwork skills.
2. Developing planning and time management skills.
3. Getting to know the concept of a sophism/ a sophistry and a logical error.
4. Learning several examples of sophism..

Implementation of the project:

The students in a group of 4-5 will prepare a lesson plan on sophisms, select material collected from the books, the Internet such as puzzles, riddles. The students will make posters depicting sophisms. Those posters will serve as props during maths lessons about sophisms.

VI. Enigma

Project goals:

1. Developing teamwork skills
2. Developing planning and time management skills.
3. Developing ICT skills.
4. Learning about the Enigma machine.
5. Getting to know the profiles of Enigma designers.
6. Understanding the construction of the Enigma machine.
7. Learning information about data encryption – cryptology.

Implementation of the project:

The students in a group of 4-6 will play the role of a director, an editor, a cameraman, a material seeker, a technical consultant, a property master and a narrator. The students will collect and select the materials, write a script and then make a film presenting the theme of the project.

VII. Complex numbers

Project goals:

1. Developing teamwork skills
2. Developing planning and time management skills.
3. Developing ICT skills.
4. Understanding the concept of a complex number.
5. Understanding the algebraic form of a complex number.
6. Getting to know the concept of a complex plane, learning de Moivre's formula, exponential form, trigonometric form and complex number conjugate.
7. Presentation of the history of complex numbers.
8. Presentation of the use of complex numbers.

Implementation of the project:

The students in a 2-person team will develop a mathematics lesson scenario during which they will discuss the subject of the project. They will prepare a presentation and worksheets for other class students, so that students can perform simple calculations using complex numbers, i.e addition, subtraction, multiplication, division, conversion into trigonometric form.

VIII. Maths in Poker

Project goals:

1. Familiarizing the students with the concept of poker.
2. Presenting a combination of mathematics and poker.
3. Familiarizing the students with the concept of a chance to win – a little bit of the theory of probability.
4. Developing teamwork skills
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a 2-3-person group will prepare a lesson plan regarding the probability theory and its application in the game of poker. The students will prepare presentations on a selected topic in relation to the chances of winning. They will introduce the concepts: flop, out and odds. The lesson may be made more attractive by recording a short video showing a specific game.

IX. Pi number – a song

Project goals:

1. Developing teamwork skills.
2. Developing planning and time management skills.
3. Developing ICT skills.
4. Learning the history of Pi number.
5. Getting to know the properties of Pi number.
6. Learning how to expand Pi number.
7. Talent development.

Implementation of the project:

The students in a team of three will create the lyrics of a song about the Pi number. The song can be performed on a Pi celebration day.

X. Millennium problems

Project goals:

1. Presentation of the mathematical problems and issues.
2. Learning about famous scientists in the field of mathematics.
3. Deepening knowledge on the discussed topic.
4. Ability to work in a group to achieve common goals, ability to perform tasks in a team.
5. Developing and deepening ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a group of 4 will create a website designed on a free public portal. The website will provide information concerning seven millennium issues:

- P vs NP: are there any questions to which the answer, if you know it, can be quickly verified, but the solution of which, without knowing the answer, will take more time (measured by computational complexity)?
- Hodge conjecture: is each Hodge cycle a measurable linear combination of algebraic cycles on projective algebraic manifolds? The hypothesis concerns the algebraicity of the selected de Rham cohomology classes.
- Poincaré conjecture: 'every three-dimensional compact and homogeneous variety topology without boundary is homeomorphic with a three-dimensional sphere'.
- Riemann hypothesis: 'the real part of every non-trivial zero of the zeta function is $\frac{1}{2}$ '.
- Yang-Mills theory, an attempt to describe weak, strong and electromagnetic interaction in one mathematical formalism.
- Navier-Stokes equations: solutions of these equations for the most complex hydrodynamic phenomena.
- Birch and Swinnerton-Dyer conjecture: associated with the prediction of the possibility of solving each Diophantine equation.

XI. Impossible figures

Project goals:

1. Familiarizing the students with the concept of an impossible figure.
2. Presentation of the phenomenon of optical illusion.
3. Deepening knowledge on the discussed topic.
4. Developing teamwork skills.
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a group of 4 will play the role of a director, a screenwriter, an editor and a manager and then will make a 4-5 minute film presenting the topic. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XII. The history of diagrams and graphs and the way we are cheated

Project goals:

1. Recollecting the history of charts.
2. Presenting different types of charts and their application in data presentation.
3. Getting to know the possibilities of data presentation in charts using the appropriate colours, the scale size and graphics application.
4. Presenting the differences between percentage and percentage point.
5. Developing teamwork skills.
6. Developing planning and time management skills.
7. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a group of 4-5 will prepare and a lesson plan on the possibility of presenting statistical data. The students will discuss the types of charts used depending on the type of statistical data. During the project, the students will show the use of graphic colors, bar sizes or types of scales so that the data presented in the charts can be beneficial for the data presenters. If you choose the movie option, it will take about 3-5 minutes. The presentation and the lesson plan will be used in maths lessons and can be extended to prepare exercises for the rest of the group of students. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XIII. Maths in everyday life

Project goals:

1. Presentation of the use of geometric figures in construction.
2. Proportion as an example of applying mathematics in life.
3. Distance, speed and time – the quantities on which movement depends.
4. Presenting the use of mathematical operations in purchasing activities.
5. Using the concept of a function as an example of product-brand relationship.
6. Presenting an example of horse competitions as an application of knowledge about the quadratic function.
7. Developing teamwork skills.
8. Developing planning and time management skills.
9. Developing ICT skills..

Implementation of the project:

The students in a group of 4-5 will make a film presenting the issues discussed. The students will collect materials, choose them, write a script, and thanks to the appropriate programs and the use of ICT they will make a 5-minute film discussing selected issues. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XIV. Unconventional methods of counting

Project goals:

1. Learning the unconventional counting methods.
2. Learning the ways of counting from other cultures – India, ancient Egypt.
3. Developing teamwork skills
4. Developing planning and time management skills.
5. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a group of 4 to 5 will collect and choose materials presenting how to count quickly, cleverly, unconventionally. The students will record an approx. 5- minute film demonstrating the methods they have learned. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XV. Sizes in astronomy

Project goals:

1. Understanding the concept of astronomical unit of distance.
2. Getting to know the concept of astronomy.
3. Getting to know the issues of size scales of the universe.
4. Introducing the concept of large numbers.
5. Recollecting how to write exponential notation and demonstrating its use in astronomy.
6. Developing teamwork skills.
7. Developing planning and time management skills.
8. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The group will consist of 5 people. Each person in the group will have to take over one of the roles, i.e. a photographer – filmmaker, a screenwriter – journalist, an IT specialist – editor, a coach – manager and a director.

The project can be implemented in the form of a WebQuest. The students will use the information provided in the resources, but will also search for other materials.

Their work, i.e. the film should contain information such as what an astronomical unit is. The students will explain the concepts of a day, a year, a light hour and calculate the distances of the Earth from the Moon, a ray of sunshine. They will compare the sizes of celestial bodies, the notion of a parsec. The students provide information on large numbers, where they are used in astronomy and show the use of exponential notation.

The final result will be a short film (3-5 minutes). The project duration: 3 months..

XVI. The Inclination of a slope

Project goals:

1. Understanding the relationship of slope expressions.
2. Learning the concept of longitudinal slopes, gradients
3. The practical use of mathematics in marking and building roads, railways, bicycle routes, slopes and ski jumping hills.
4. Developing teamwork skills.
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students will be asked to obtain information on:

THE INCLINATION OF A SLOPE (rail vehicles, ski jumps, downhill routes, bicycle routes and roads) and more specifically the use of linear function and trigonometry when designing routes.

The students can present their work during maths lessons in the form of a 3-5-minute film. The time to complete the task is up to 3 months.

The film should contain information such as: What is a longitudinal slope? What is the slope gradient and how difficult the slope is? How can we convert % into degrees? What is the slope of ski jumping hills (the ridge of the hill, a take-off slope)? The students should also compare the landing slope angles at K and L points. What are the geometric elements of the hill? What are the slopes of a bicycle and rail transport routes? The project can be implemented in the form of WebQuest.

XVII. Parabola dance

Project goals:

1. Recollecting the concept of a parabola, a parabola steering wheel, a parabola focal length.
2. Presenting the practical application of the quadratic function.
3. Learning the methods of sketching the graph of a quadratic function.
4. Developing teamwork skills.
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students should work in groups of 4 – 5 people. They will search for information related to parabola that is used in practice, i.e. in nature, sport and ballistics. They will demonstrate how to draw a parabola in an easy way. The students will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute video. The time to complete the task is up to 3 months. Each person in the group will have the task of playing one of the roles, i.e. a photographer – filmmaker, a screenwriter – journalist, an IT specialist – editor, a coach – manager and a director. The student work should include information on the use of parabolas, the connection of a ballistics curve with a parabola, the path of the ball, the relationship between the geyser or the volcano and the parabola? The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XVIII. Fractals

Project goals:

1. Getting to know the concept of a fractal.
2. Learning the construction of a fractal.
3. Presenting the existence of fractals in nature, art, music, medicine.
4. Developing teamwork skills.
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students' task will be to look for information on self-similarity in nature, to show what the Koch curve is and where it can be 'seen'. The students will perform the fractal fragment themselves. They will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute video. The time to complete the task is up to 3 months. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XIX. Polynomial and similarity

Project goals:

1. Recollecting the concepts of a parabola, a hyperbola, a circle, an ellipse.
2. Application of conic sections in practice.
3. Application of hyperbolic navigation systems.
4. Presenting the application of polynomial equations in art and architecture.
5. Developing teamwork skills.
6. Developing planning and time management skills.
7. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students will be asked to obtain information on:

POLYNOMIALS IN TWO VARIABLES, and more specifically POLYNOMIAL DESCRIBING SURFACE, what is their use and to present their practical application. The students will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute video. The time to complete the task is up to 3 months.

Their work should contain such information as the rotational paraboloids or Gabriel's horn/trumpet. The students should be able to explain the concepts of a hyperbola and a hyperboloid and show its use in everyday life, e.g. the construction of the cathedral in Brazil. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XX. Devil's curve

Project goals:

1. Learning the concepts: a point motion in a circle, a ferris wheel, a wheel rotation.
2. Presenting the combination of mathematics with other areas of life – a sine wave, a sinusoid is a function often appearing in mathematics, music, physics, electrotechnics and many other fields.
3. Recollecting and consolidating information about the radian measure and gradual measures.
4. Developing teamwork skills.
5. Developing planning and time management skills.
6. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students' task will be to obtain information on: SINE WAVES and a motion in a circle. During the implementation of the project, the students must take into account information on gradual and radian measures. What is the connection of the Ferris wheel with a sine wave and more precisely the use of linear and trigonometry functions in a route design. The students' work will be presented in maths lessons in the form of a 3-5 minute film. The time to complete the task is a maximum of 3 months. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XXI. A lucky toss

Project goals:

1. Getting to know the concept of a lottery, the gambler's fallacy, a fair decision, a multiple coin flip, a lucky toss.
2. Flipping a coin as an example of a dispute resolution or a selection method.
3. Learning the basic problems of a probability theory.
4. Learning the concept of the gambler's fallacy.
5. Developing teamwork skills.
6. Developing planning and time management skills.
7. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students' task will be to obtain information on a probability theory and more precisely a coin toss. In their work they are to include information about the lottery and the gambler's fallacy. The students will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute film. The time to complete the task is up to 3 months. The group of students implementing the project will be 5 people. Each person in the group will have the task of playing one of the roles, i.e a photographer – filmmaker, a screenwriter – journalist, an IT specialist – editor, a coach – manager and a director. The project can be implemented in the form of a WebQuest. The students can use the information provided in the sources, but also look for other materials. Their work should contain information such as: what is a multiple flip? what does the concept of a lucky toss mean? what is a fair decision?

XXII. Logarithms around us

Project goals:

1. Recollecting the concept of a logarithm.
2. Understanding the following terms: sound, sound level, logarithmic scale.
3. Developing teamwork skills.
4. Developing planning and time management skills.
5. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The task of the students working in a group of 3-5 will be to obtain information about the application of a logarithmic scale and its connection with sound and a sound intensity level. They will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute film or a multimedia presentation. The time to complete the task is up to 3 months. The project can be implemented in the form of a WebQuest.

XXIII. The practical planimetry – stereometry**Project goals:**

1. Understanding the terms of a loxodrome, an orthodrome, the Mercator projection.
2. Application of mathematics in cartography, sailing.
3. Developing teamwork skills.
4. Developing planning and time management skills.
5. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students will work in a group of 5 people. Each person in the group will have the task of playing one of the roles: a photographer – filmmaker, a screenwriter – journalist, an IT specialist – editor, a coach – manager and a director.

The students will be able to use the information provided in the sources in the form of a WebQuest, but will also search for other materials.

The work should contain information on a loxodrome and an orthodrome, the connections between the Mercator projection, cartography and sailing and on a cartographic mapping. The students will prepare a 3-5 minute film from the prepared and recorded materials. The project will take up to 3 months..

XXIV. Half-Life: decay**Project goals:**

1. Understanding the concept of a half-life.
2. Presenting the relationship of mathematics with other areas of life – chemistry.
3. Presenting the practical application of mathematics – learning how to study the age of a found object using information about the carbon isotope c^{14} .
4. Recollecting the concept of the inverse proportionality.
5. Using charts to present a mathematical problem.
6. Developing teamwork skills.
7. Developing planning and time management skills.
8. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students will be asked to obtain information on half-life. In their work, they are to include information on how to calculate the age of an object using the half-life method based on the c^{14} isotope. The students will present their work during maths lessons in the form of a 3-5 minute video.

The time to complete the task is up to 3 months. The group of students implementing the project will consist of 5 people. Each person in the group will have the task of taking one of the roles of: a photographer – filmmaker, a screenwriter – journalist, an IT specialist – editor, a coach – manager and a director. The project can be implemented in the form of a WebQuest. The students can use the information provided in the sources, but also search for other materials.

The work should also contain information on the inverse proportionality, the use of function graphs to illustrate the solution to the problem.

XXV. Mathematics in biology and chemistry**Project goals:**

1. Application of the DNA model to perform the game.
2. Presenting the relationship of mathematics with some other areas of life – chemistry, biology.
3. Presenting the examples of practical applications of mathematics, e.g.:
 - Genetics crossword puzzle – logic,
 - Amylase phenomenon – reading of the statistical data,
 - Animal world – symmetries,
 - Genetic diseases – probability,
 - Lung capacity – volume,
 - Urine components – drawing charts.
4. Developing manual skills.
5. Recollecting the concepts in the field of biology and chemistry.
6. Expanding knowledge in the field of mathematics, chemistry and biology.
7. Developing teamwork skills.
8. Developing planning and time management skills.
9. Developing ICT skills.

Implementation of the project:

The students in a group of 4 will make a 3D DNA spatial model, which will be the game board. It will consist of 12 pairs of nucleotides, i.e. clearly showing 1 turn of the helix. The individual nucleotides will serve as playing fields. The subsequent nucleotides will have the assigned tasks to perform. The tasks in biology and chemistry will be closely related to maths. The tasks will be prepared on separate sheets of paper. The game will consist of climbing from the bottom to the top to solve the tasks. The person who will stand on the highest nucleotide the fastest wins. You can go further only after solving the drawn task correctly.

ROMANIA

I. Trends in housing

The challenge in this project is for students to study the old houses, examine trends in housing, extrapolate that information to predict the future, and use their geometric modeling skills to design a house that supports their predictions. Students will create a floor plan and basic model of a house of the future that reflects four trends and then deliver their design and give evidence of their thinking in the form of a 10 minute presentation about why their house will be necessary and useful in the future.

II. Painting Pottery

This project teaches students the basics of geometric shapes, such as types, congruence, similarity, by asking each student to create a design for painting on a ceramic item that uses at least two different geometric shapes. The product must meet the criteria for 'beautiful' – that is, it must display symmetry or other design elements that make it attractive.

III. Magic numbers webquest

Students, in teams investigate the numbers (0,1,e,pi,phi, 666, silver ratio etc) and discuss the veracity of their findings. They have to produce 5 interesting facts about the number they have chosen and 5 misconceptions about the same number. Students will be instructed to focus on testing key elements of the stories rather than just retelling them, separating the objective from the subjective.

IV. Transcendental functions and their applications

Students will work together to explore several possible practical uses of transcendental functions in daily life, learning many of the basic concepts of these functions and their use in many scientific and economic applications consolidating their knowledge of the subject.

V. Other ideas and resources

<http://www.math-labyrinth.eu/>

<https://maths.org/>

<http://www.radicalmath.org/main.php?id=SocialJusticeMath>

II.3

Activating methods in Maths lessons

The teaching method is a way for the teacher to guide the learning process to achieve the basic goals in terms of knowledge, skills, and attitudes.

W. Skawiński 1980

Effective teaching engages the teacher to use different methods of work.

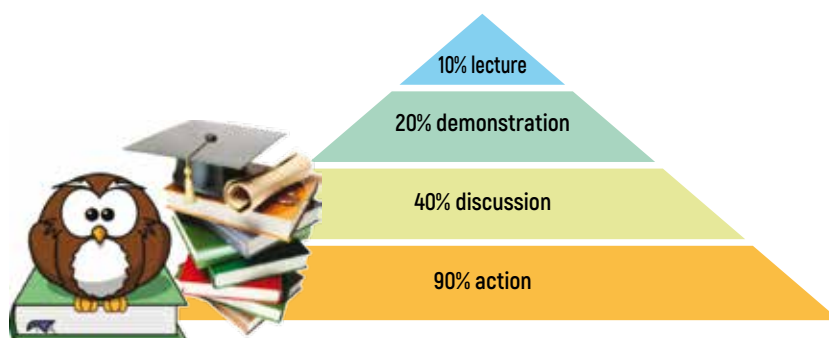
Apart from traditional methods, it is worth taking activities to activate the students. The teacher must take into account new information technology techniques and the school base when choosing the method. The choice of a teaching method depends on the nature of the lesson.

In accordance with the principles of modern didactics, the use of functional methods is recommended because the practical activities and the transfer of knowledge to others contribute to student's work efficiency.

Active methods not only serve better and more interesting learning of mathematics, but also to achieve the educational goals related to upbringing listed in the core curriculum.

According to the so-called Dale's cone people remember:

10%	of what they hear	(lecture)
20%	of what they see	(demonstration)
40%	of what they are talking about	(discussion)
90%	of what they do	(action)



Activating methods are attractive to a student, but time-consuming for a teacher, especially in the preparatory phase.

Activating teaching methods are the tips and ways to help students to:

- deepen their interest in the common matter
- acquire new knowledge easily
- develop their own ideas
- communicate
- discuss and argue on various topics
- take activities for their own development.

As this definition clearly demonstrates, activating teaching methods allow the teacher to use the acquired key competences, which include learning, thinking, improving, communicating, cooperating, acting, and searching.

Activating methods include a group of teaching methods that are characterized by the fact that in the education process, the activity of students exceeds the activity of a teacher.

Activating forms of teaching – is an organizational way of the teaching process – learning, which leads to the increase of the efficiency of this process. It includes students, brings them into the appropriate groups, organizes group and individual cooperation, the type of classes, the place conditions and working time.

What are the advantages of using the activating methods?

A teacher working with the activating methods in a relatively short time moves away from the previous traditional role of the teacher – an expert towards the teacher:

- a **counselor** – who is available when the students have problems solving a difficult task or do not understand something, and also when they are not sure;

- an **animator** – who initiates the methods and explains their meaning for the learning process, presents the goals and prepares a material for work;
- an **observer and a listener** – who observes the students at work and shares these observations with them;
- a **participant in the teaching process** – who does not have to be perfect and is an example of a person who learns throughout their life;
- a **partner** – who is ready to modify the previously prepared lesson depending on the situation in the class.

I. Activating methods in maths lessons with the use of ICT:

1. QR codes
2. Quizizz
3. Flipquiz
4. Gamification – Wordwall
5. WebQuest
6. City game: Actionbound, LearningApps

1. QR codes

QR codes – the squares visible everywhere, used to encode URLs, texts, business cards. Especially useful tool, if we use tablets, android phones in education. All you need to do is scan them, and the solved problem, a task, an action, or an image is displayed. We can also encode the address with an educational platform or a link to a quiz or a maths game.

1) <https://www.qr-online.pl/>

<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2018/07/matematyka-nad-morzem-batyckim.html>



QRonline

Generator kodów QR on-line i narzędzia internetowe

QR code generator online and Internet tools

To generate the code in the program: <http://www.qr-online.pl/>:

1. Enter the website.
2. From the toolbar, select the option: any text, URL, email address, business card.
3. Enter the selected text.
4. Choose the quality and the size of the code.
5. Generate the code.
6. On the right side you have the DOWNLOAD command.
7. Choose one of the options and download it to your computer.
8. You can post on the site as a photo.
9. You can also print.



Practical application – suggestion

During the Science and Technology workshops in Stegna, I had to conduct a maths lesson – as it turned out it was on the beach. To make a lesson interesting I prepared the tasks coded with QR codes. The class was divided into 4-person teams. This time 10 tasks were written on separate sheets of paper.



Each task had its own QR code. The students scanned the code with their mobile phones and then they could read the tasks. The team could solve the next task only when the previous one was correctly solved.

The group leader came to me to get another task, which was kept in the envelopes, and after checking the correctness of the solution, he received another work sheet. The class worked in a limited time. The three winning teams received activity points.

2) <http://mal-den-code.de/>

<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2018/07/matematyka-nad-morzem-batyckim.html>

<https://erasmusmathsilesia.wordpress.com/2018/02/11/spotkanie-c1-24-26-01-2018r/>



To generate the code in the program: <http://mal-den-code.de/>

1. Enter the site.
2. Choose the option: a website or a text.
 - If we choose the option with a link to the website, then after the solution and completion of the entire code, we will be transferred to this page.
 - If we choose the option with the text, then after solving the tasks, the text will be painted over and the QR code will be scanned and additionally we will be transferred to the web browser with the search terms on the websites.
3. We choose **Code zum ausmalen erstellen**
4. We generate a QR code
 - You can select an option: with numbers or letters
 - For example with the numbers:
 - Easy level: 1-6 numbers to encode, where 3 are good ones
 - Medium level: 1-9 – 5 good ones
 - Hard level: 1-20 numbers – 10 good ones
 - We receive two QR codes: empty and full
5. The task of the students is to solve the tasks in which the answers are the numbers of the good answers. These numbers should be painted on the empty code.
6. We scan the code – we get the answer.

QR-Code zum herunterladen und ausdrucken:



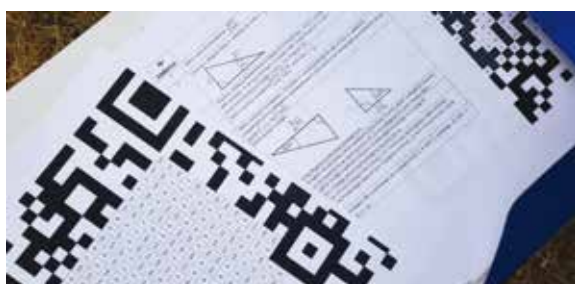
Additionally:

If you choose the option: ODER Lösungswort and enter any text, for example: polynomials and press the last bar fertigenCodeerstellen.

An QR code will be generated with a link in the web browser showing the found pages with the entered password.

Practical application – suggestion

A revision lesson on trigonometry. Scientific workshops in Stegna at the Baltic Sea. For the first-grade students I generated a code in the application. This code had an unpainted center, i.e. it was filled with the squares of the numbers from 1 to 20. The students received work sheets with 10 revision trigonometry tasks. Using the results (tasks solutions) the students had to paint the appropriate squares in the received QR code. While solving the tasks, the students could use the Selected Maths Formulas that I brought from school. The students solved tasks in groups of 4-5 people. After painting up the appropriate numbers and scanning the QR code, the students were shown the inscription informing about the victory. The best group was given a sweet prize in the form of seaside waffles. In addition, the groups were rewarded with activity points.



3) <https://app.qr-code-generator.com> (paid)

To generate the codes you can use the 14-day trial period (I generated the codes that way) – unfortunately, later some of the program functions will stop working.

The program is attractive because the codes can be edited, giving them different shapes and colors.

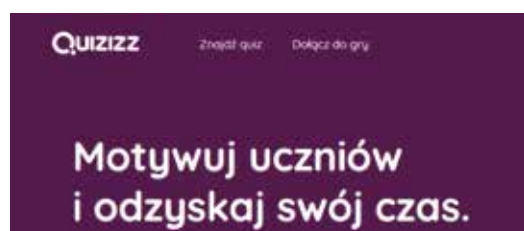
This time, under the codes, I hid logical tasks and puzzles found on the Internet.

The idea itself was to create an Advent calendar with the tasks. After printing colorful codes, I ornamented them with the pictures related to Christmas, and I arranged those codes in the shape of a Christmas tree. I glued everything to the door of the maths lab. The task of the students was to scan the code on a specific date and bring the solved tasks on the same or a different day. All the tasks from various grades were collected by me by the end of December. After receiving the solution, the students received additional activity points depending on the number of solved tasks. The calendar drew the attention of the school community, and the door was besieged at every break.

In addition, the program had an option where you could follow how many students scanned a specific code.



2. Quizizz – <https://quizizz.com/>



Motivate the students and regain your time

<http://matematykawmaczku.blogspot.com/2017/03/gamifikacja-na-lekcjach-matematyki.html>

The **quizizz** application is very easy to apply. The students log in using the generated pin, they give their name. Login can take place on your computer, a tablet or a phone.

In the quiz, the questions with four answers are created in which only one question is correct – exactly the model of closed tasks as it is on the maths exam. Therefore there is a possibility of marking only one correct answer, the questions are mixed up each time independently of us and, most importantly, the questions are seen directly on students' screen without the need to look at the screen displayed by the teacher.

Finally, we get a statement that can also be downloaded in the form of the Excel file. The list contains not only student results and ranking, but it also shows the difficulty of the task. With each question the total number of the people who have solved a task correctly, solved it badly or did not answer the question is displayed.

After solving the quiz, the participant can see a list of all his answers with the correct answers given on his screen.

Quiz instruction:

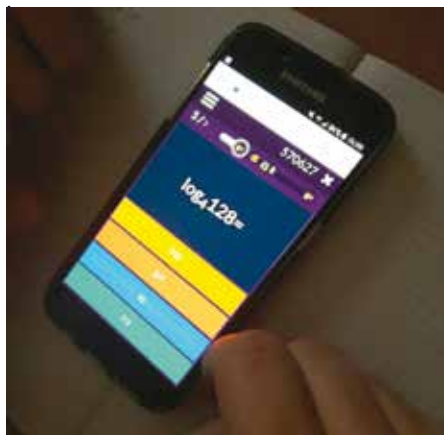
1. Open <https://join.quizizz.com> in your browser
2. Enter the 6-digit game code 430118, and click "Continue"
3. Enter your name and click "Join the Game!"
4. After receiving the avatar, click "Start a Game". Click to start!

Practical application – suggestion

A revision lesson on logarithm.

I also used this application to conduct a test from the geometry – quadrangles – coded tasks (extended level). The students had 10 tasks to solve. The tasks were displayed without a time limit, only when the student marked the result, he could proceed to the following task.

This method turned out to be interesting for the pupils and for me as a teacher. I received an immediate report about the level of easiness of the tasks and all the necessary information about individual students, which tasks were solved correctly and which were not.



3. Flipquiz – <https://flipquiz.me/>

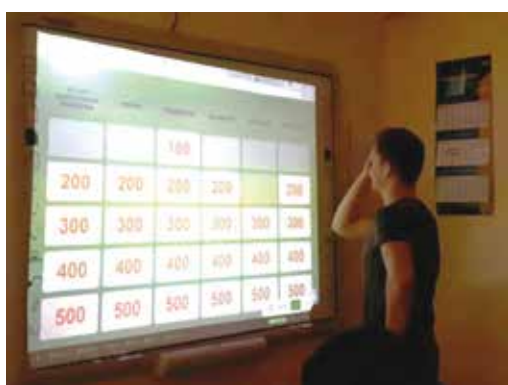


flipquiz™
classic



It is a tool for creating an interactive whiteboard with questions. In the program, we can create up to 6 categories (rows) and 5 questions in categories (columns) total of 30 questions. The questions in categories can be arranged due to the difficulty of the question. The points are awarded from 100 – 500 points. The easiest ones for 100 etc...

The use of this type of a quiz is similar to the Va Bank program. The students touch the box with the question displayed on the multimedia interactive board (optionally a mouse or a pointer on the computer), the cube reverses and they are given a response. In the program the time for a response can be set.



Instruction:

1. Enter the website: <https://flipquiz.me/>
2. Sign up for a free account: SignUp for FREE
3. After logging in, click: Create a board
4. Enter the name of the board
5. Fill in the name of the category – 5 questions from 100 to 500 points
 - If you want to add another category: Add a category (up to 6 categories can be added)
6. Save the board – Save
7. Ready – Done – you can play
8. Boards can be edited by adding a background color or a pattern – available at the bottom of the page
9. You can add a photo or a video to each question



Instruction:

1. Create an account: <https://wordwall.net/pl/account/basicsignup?ref=home-benefit-cta>
2. Choose a template
3. Add elements: tasks, equations, questions...
4. Print your tasks or play on the screen

The Wordwall portal allows you to create both interactive and printable tasks. Most of the templates are available in both versions.

THE FUNCTIONS OF THE PROGRAM (source: <https://wordwall.net/pl/features>)

- Interactive and printable materials
 - **Interactive materials** can be recorded on any device with an access to the Internet, such as a computer, a tablet, a phone or an interactive whiteboard. The students can play them alone or under the supervision of a teacher, changing during classes.
 - **Printable materials** can be directly printed or downloaded as PDF files. They can be a complement to interactive exercises or be an independent exercise.
- Creating with templates
 - The templates contain well-known classic exercises, such as a **Test** and a **Crossword**. We also have arcade games such as a **Labyrinth** and an **Airplane**, as well as classroom management tools such as a **Student placement**.
- Template change
 - After creating a task, you can change its template with one click. It saves time and is a great way to **differentiate and consolidate**.
 - For example, if you create a task **Match in pairs** based on shape names, you can change them into a **Crossword**, leaving exactly the same shape names.



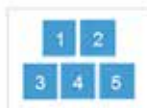
Match in pairs
Drag and drop each keyword next to its description.



Roulette
Spin the wheel and see what falls out.



Test
A series of multiple-choice questions. Choose the correct answer to continue.



Open the box
Click all the boxes to open them and display their contents.



Oh gosh! Moles!
Moles appear one by one. To win, click only the appropriate ones.



Pierce/break the balloon
Pierce the balloons to drop further keywords into the appropriate definitions.



Sorting of the groups
Drag and drop each item to the appropriate group.



Find a pair
Choose a matching answer to eliminate it. Repeat it until all the answers disappear.



Anagram
Drag the letters to the right place to decipher a word or a phrase.



Crossword
Use hints to solve the crossword puzzle. Choose a word and enter your answer.



Find the word
The words are hidden in the grid of letters. Find them as fast as you can.



Plane
With the use of a touch or a keyboard, fly into the appropriate answers and avoid incorrect ones.



Maze
Reach the right answer zone avoiding enemies.



Quiz
A multiple choice test with the time limit, additional life and an additional round.



Chart with labels
Drag and drop the pins to the appropriate place in the drawing



True or false
The items are moving fast. See how much you can solve before the time runs out.



Card draw
Deal cards randomly from a shuffled deck.



Distribution of students
Drag to arrange the seats. Randomly choose a student or a seat to mix.

- Task editing
 - You do not need to use ready-made tasks. If you find a task that requires minor changes, you can easily **adjust** the material for your class and your teaching style.
- Themes and options
 - By means of interactive materials a variety of topics can be used. Each theme changes the look and the way of functioning of different graphics, letters and sounds.
 - You will also find additional options that allow you to set the clock or change the game.
 - Printable materials also have various options. For example, you can change the font or print multiple copies on the page.
- Sharing to other teachers
 - Each created task can be made **public**. This allows you to share a link to the exercise page via email, social media or other means. It also allows other teachers to find a given exercise in the search results of our community, playing and creating new tasks based on it.
 - If you want, you can treat the tasks as **private**. Then only you will have an access to them.
- Setting on the website
 - Wordwall exercises can be placed on other websites using a fragment of HTML code. It works in the same way as embedding videos on YouTube or Vimeo. Thanks to this we can get an interactive task on our own website.
 - It is a great way to make your own blog or virtual learning environment (VLE) more attractive.
- Tasks for students
 - Wordwall exercises can have the character of the tasks to be performed by students. When a teacher gives a task, the students are directed to the given exercise and do not have to visit his homepage.
 - This function can be used **in classes**, where students have an access to their own devices, or used as a **homework**.
 - The results of each student are saved and shared with the teacher.
- Multiplayer games
 - A multiplayer game is a format in which all the students take part **simultaneously**, each on their own device. The teacher controls the course of the game during the class.
 - Some games rely on competition. For example a Test, where students try to give the correct answer as soon as possible. Others, such as Brainstorming allow for shared discussion.

Practical application – suggestion

A revision lesson – trigonometric functions of an acute angle (in particular the values of trigonometric functions of the angles 30° , 45° , 60°).

The game "O gosh! a mole"

The game is about getting into a mole with a well-written maths operation. The mole jumps out of the ground and then we get the points. We can set a time limit and the number of levels for each game. When playing at a certain level, a time bar is displayed. If we get a good mole, the next one quickly shows up, and if the evil mole – it does not disappear for a long time and the time is shorter. After getting a certain number of points, we can enter the next level.

The game works very well on mobile phones and tablets and every student can try himself.

To prepare a game, you should create from 1 to 30 good questions and the same number of bad ones. Then enter the template and it is ready. The game template can be changed. You can use the same questions by switching to **pierce the balloon** or **true false**.



5. WebQuest – <http://alfabetmatematyki.blogspot.com/>

WebQuest – a kind of student-oriented project method based on instructions placed on the website. The Internet is the initial source of information in the research of the project participants. The Internet sources can be supplemented with the information materials.

The form of WebQuest resembles a traditional project with the elements of an e-learning course.






Using this method for the first time, I asked the students to divide into 6 project groups of 5 people in each group. Previously, the students had to assign the roles of leaders to be able to draw the subject of the project.

Then each group had to split into a role within the group:

Photographer – Filmmaker	Journalist – Scriptwriter	IT specialist – Editor	Coach – Manager	Director
				
The task of a photographer – filmmaker will be to search, take pictures and videos on a given topic.	The task of a journalist – scriptwriter will be to prepare the script based on the information collected from the coach and the director.	An IT specialist – editor will make a video film with the information and notes prepared by a journalist and a filmmaker	A manager will gather information on the processes required to ensure and achieve the goals at the right time <ul style="list-style-type: none"> • Planning • Decision-making • Monitoring • Implementation 	A director will gather information about the project, develop the notes needed for the film and prepare the information needed to present the film.

After dividing, all the groups have been trained where they can find information about their project work, the tasks they are to face and the way they will be assessed. All this information was on WebQestach, which I created personally for the purposes of this project. Each group had their own PERSONAL WebQest.

<p>SIZES IN ASTRONOMY</p> <p>Topics: the names of large numbers (powers, exponential notation), the masses of planets, the comparison of the size of celestial bodies, the astronomical units.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=u5gu0f-15Q8</p>	
<p>THE SLOPE OF THE ROUTES</p> <p>Topics: a longitudinal inclination, the conversion of % to degrees, the slope of the ski slope, the slope of the road/the route, an uphill route, the slope of rail vehicles.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=yBnByhwuyhM</p>	

<p>PARABOLA DANCE</p> <p>Topics: a volcano, a geysir, a ballistic curve, a ball flight path, a fountain.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=kOULzQRjlpE</p>	
<p>FRACTALS</p> <p>Topics: self-similarity in nature, the Koch curve/snowflake, the Mandelbrot set.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=tt7ACRTnRg8</p>	
<p>THE DEVIL'S CURVE</p> <p>Topics: a motion point in a circle, a ferris wheel, a rotation of the wheel.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=o5nnRNRAjPk</p>	
<p>TOSS FOR LUCK</p> <p>Topics: a lottery, the gambler's fallacy, a decision theory, a multiple coin toss/flip, a toss for luck.</p> <p>FILM: https://www.youtube.com/watch?v=MBqaaX37YhU</p>	
<p>POLYNOMIAL AND SURFACE AREA</p> <p>Topics: a rotary paraboloid, Gabriel' horn/trumpet, a sphere, hyperboloids in architecture, single and double wall chimney coolers.</p>	

WebQuest construction:

A WebQuest is a website in which information for groups working with the use of the project method can be found:

- **On the homepage** – information about the WebQuest, information about the author, the duration of the project, the use of the project.



Further bookmarks:

- **Introduction** – a short and a concise information related to the topic of the project, the most important concepts
- **Task** – the presentation of project tasks – briefly and precisely – in our project it was making a film (3-5 minutes) within a maximum of three months.
- **Process** – the roles are described here – who will be responsible for certain tasks of the project according to the previous task division
- **Sources** – the database of links to the materials related to the topic of the project
- **Assessment criteria** – a table with the scores for the activities related to the project a table with the scores for the activities related to the project
- **Conclusion** – a description and the evaluation of the project

	1	2	3	4	5	6
	Weryfikacja i ocena zebranych materiałów "Wielomiany"					Opracowanie filmu "Parabole talczy"
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
kręcenie materiałów filmowych "na pozamie" "Wielomiany"				Zbieranie informacji na temat podobieństw występujących w grupach "trójka"	Kolejność projektu filmowego "Wielomiany" i "Parabole talczy"	Przygotowanie prezentacji ustnej "Parabole talczy"
21	22	23	24	25	26	27
					Skonkretyzowanie filmu "Wielomiany" i "Parabole talczy"	
28	29	30				

At the beginning of the project each project group created a schedule of project activities and regularly, every 3-4 weeks submitted a report on subsequent stages of the project implementation by e-mail.

Also once every four weeks the students had the opportunity to consult with the project supervisor (with me)..

Evaluation

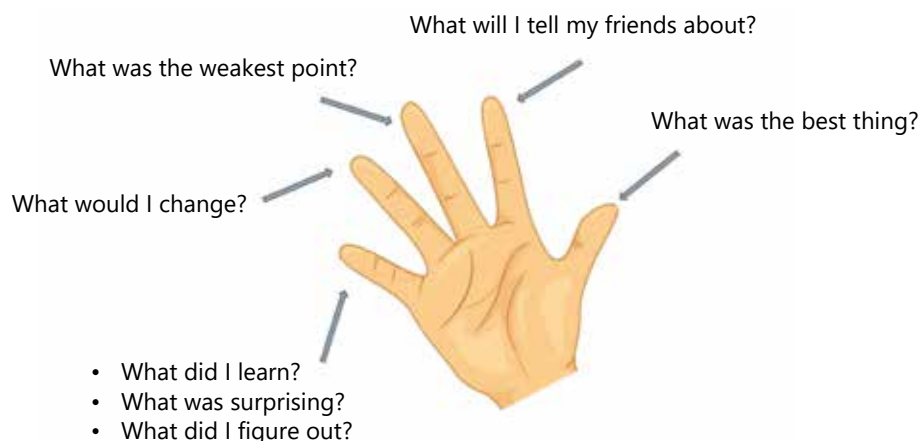
After finishing the work, all the class students participating in the mathematical project took part in the evaluation.

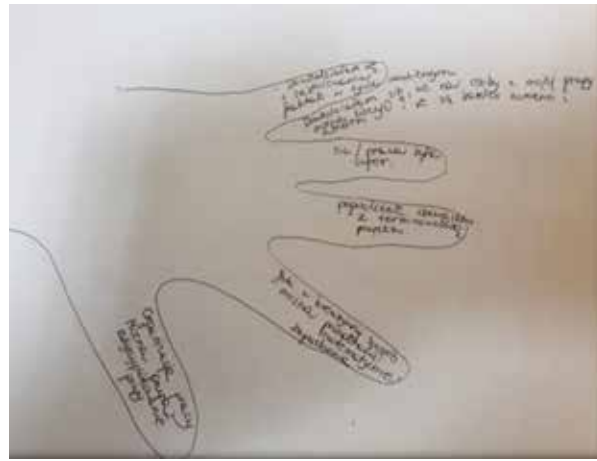


The methods in use:

- **Thermometer**
- **The method of the hand**

The method of the hand involves drawing your hand on the page and answering the questions by writing answers on each finger.



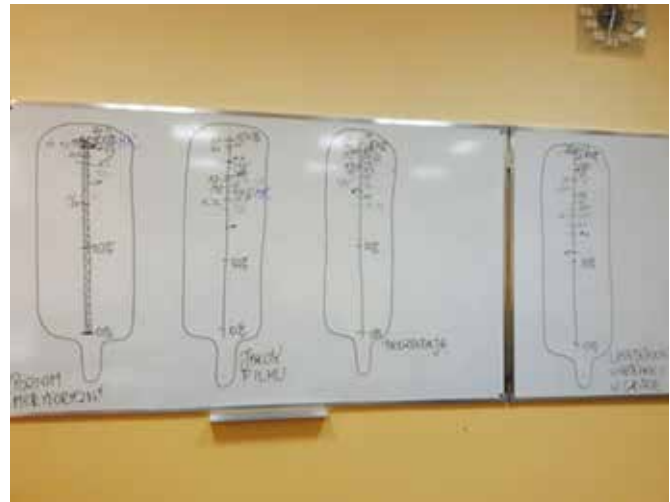


The answers of the students:

- organization of work, strong group, discipline of the group
- how to solve mathematical problems in a creative way
- nothing, the work was superb
- combining duties and meeting the deadlines
- I learnt that I could count on the people from my group
- I got to know how to use the fractals in everyday life

The **thermometer method** involves drawing a thermometer and marking a percentage or a point scale from 0 to 100. The students approaching the whiteboard mark the awarded points in the following categories:

- The quality of the film
- The presentation of the objectives of the topic
- The ability to cooperate in a group
- The substantive level of the film



The purpose of students' participation in the project was:

- 1) the development of mathematical competences.
- 2) convincing students about the usefulness and understanding of the acquired knowledge.
- 3) the demonstration of the purpose of motivating in intellectual effort.
- 4) the acquisition of mathematical competences at the level that include analysis and synthesis, deduction, spatial, abstract and strategic thinking.

6. City Game

The use of the application Actionbound – <https://en.actionbound.com/> Oraz <https://learningapps.org/>



Field games are an opportunity to transfer the teaching process outside the school walls.

The students are given the possibility to act independently, develop skills in group work, and the practical application of the knowledge acquired at school.

After registration on the website <http://en.actionbound.com> we can start to set up a field game (bound).

The **INFORMATION** function allows you to save instructions for game participants.

The **STAGE** function allows the players to move around the area using the map. After selecting it, enter the name of the city in which the game will be held. Then, the area plan will appear on the screen with the names of the streets and the most important objects. By clicking on any location, we determine the place of an action of our game.

The **FIND SPOT** function allows you to reach a specific location on the set. Thanks to it, we will create a task that will be counted when the GPS of one of the students' smartphone confirms that it has found the place we have indicated on the plan.

The **QUIZ** function allows asking questions to groups. We can attach any image, a photo, a film or a sound file to the question. The questions can be arbitrarily scored. You can also decide on the time limit for answering and the number of possible answers (up to the correct one). We can also create a hint (hint).

The **MISSION** function allows you to add a task to be carried out by the group, eg writing down the answer, taking and attaching a picture, a video, an audio recording. The author of the outdoor game will see the materials posted by his students on his profile in the Actionbound application and only then he can assess them.

The **SCAN CODE** function allows you to place a QR code anywhere. The students need to scan it and read the information contained in there.

The **SURVEY** function allows you to create a survey on any topic.

The **TOURNAMENT** function allows you to create a challenge for group participants, eg who knows the lyrics of the song, who will keep the balance on one leg the longest, etc.

To play in a field game, we need a smartphone with the Actionbound application installed. It is available on Google Play and on the AppStore.

When we start the mobile application, we should scan the QR code with the use of it, which will load the game we have prepared into our device. This code is in the profile of the game founder, we can download it in the form of a pdf file, and then print it. After scanning the code, the group enters its name and the names of the players.

Then the following tasks-the points on our route will be displayed on the screen of the smartphone. The founder of the game can observe the points scored by individual groups in his profile in the application in real time and can collect and watch sent files

Practical application – suggestion

During the implementation of students' mobility in Poland, the Erasmus + KA219 School Education project 'Modern and activating methods for developing mathematical competences', in which students from IV High School named after Stanisław Maczek in Katowice, Liceo Scientifico Classico E. Torricelli from Somma Vesuviana Napoli from Italy and Colegiul Energetic Ramnicu Valcea in Romania took part, I prepared a mathematical city game "Katowice Challenge".

The goal of the game was to combine the exploration of the city and good maths fun.

The detailed goals of the mathematical city game:

- Getting to know the topography of Katowice
- Familiarizing participants with the selected architectural objects of the city
- Integration of international teams
- Improvement of linguistic communication – English
- Developing inference skills
- Developing strategic thinking
- Planning next steps to solve the problem
- Shaping the skills of working in a team
- Shaping the attitudes of creativity and negotiation
- Developing abstract thinking and reasoning
- Acquiring the ability to learn with the use of various sources of information.

I prepared the route in the center of Katowice, where there were significant architectural objects and the tasks were assigned to each of them.

Each group of the participants – consisting of 2 students from Poland, 2 from Italy and 2 from Romania and a tutor received:

- a passport – in which there were two tables: one with a place for answers and scores for completed tasks, and the second one where the students entered their names and the name of the team.
- the map of Katowice with the marked architectural points (in case the application did not work)
- a QR code – a key that starts the game in the application at <http://en.actionbound.com>

The entire route and the tasks were also developed in the application <https://en.actionbound.com/>

Our route included:

- **NOSPR (The Polish National Radio Symphony Orchestra in Katowice)** – the students' task was to read the information about musical logarithms – the dependence of the number of flags on the notes from the length of a given note, which is calculated with the use of a logarithm pattern – the students also had to arrange a memo task – the logarithms developed in the LearningApps <https://learningapps.org/watch?v=pbsjfk9zn18>
- **Pomnik Powstańców Śląskich (The Silesian Insurgents Monument)** – the task was to send a photo of the whole group in front of the monument
- **Uniwersytet Śląski – Instytut Matematyki (The University of Silesia – the Institute of Mathematics)** – the students learned about the life and the achievements of Stefan Banach and their task was to arrange the puzzle within the time limit – Banach's photo was developed in the application <https://www.jigsawplanet.com/>
- **Teatr Śląski (The Silesian Theatre)** – I used a historical information about this facility and the information in the Central Statistical Office database to arrange tasks at the theatre post (information about performances and theaters in Poland)
- **Urząd Marszałkowski Województwa Śląskiego (The Marshal's Office of the Silesian Region)** – the task of the students was to get acquainted with the information about the building's construction as well as technical and historical data. The tasks concerned the calculations for speed, unit conversion and scale.
- **Katedra Chrystusa Króla (The Cathedral of Christ the King)** – the task was to send a photo of the cathedral.



All the places on the route were run by the application on a GPS basis. The groups had to find HOT SPOT for a specific object mentioned above to get extra points.

In addition, there were printed versions of the materials on all the posts in case the application did not work. The students received the points for completing the task from the persons who took care of the post. The points were written down in passports.

Each group with a supervising teacher started the game in a different place and had a separate route prepared to visit the spots. After visiting all the places, the groups returned to school. Then we counted the points.



Our GAME – KATOWICE CHALLENGE
<https://actionbound.com/bound/katowicechalleng>



II. Activating methods in maths lessons with the use of ICT and more:

1. Triomino
2. Crosswords
3. Students' Science Forum
4. Lessons – experiments
5. Mathematics outdoors
6. Mathematical Escape Room
7. Mathematical Projects:
 - a) Didactic games
 - b) Films
 - c) Websites
8. Mathematical 'bullet'

1. Triomino

<http://paul-matthies.de/Schule/Trimino.php>

The game consists of arranging a shape from the triangular boxes, so that each side of the triangle fits to the other side in accordance with the accepted principle, eg: question – answer.

The triomino generator is very easy to use. We can choose three types of shapes – a star – consisting of 12 elements, a triangle shape – 9 elements for laying and a hexagon shape – 24 elements for laying.

The number of elements corresponds to the number of questions and answers. After selecting the number of elements, we should go further and enter the matching questions and answers. The generator has a mini equation editor (unfortunately not always working). I used the triomino for the revision of a linear function, a quadratic function and in solving polynomial equations.

Triomino also turned out to be an interesting diversion of the open day at school. The tasks concerned simple equations and the answers matching these equations were presented in the form of simple percent calculations.



2. Crosswords

Generators:

- Hot Potatoes <https://hotpot.uvic.ca/index.php>
- <https://crosswordlabs.com/>
- <https://www.krzyzowki.edu.pl/generator.php>
- <http://www.classtools.net/crossword/>



Crossword Labs

[Make a Crossword](#) [Find a Crossword](#) [About](#) [Login/Sign Up](#)

Mathematical crosswords are used for:

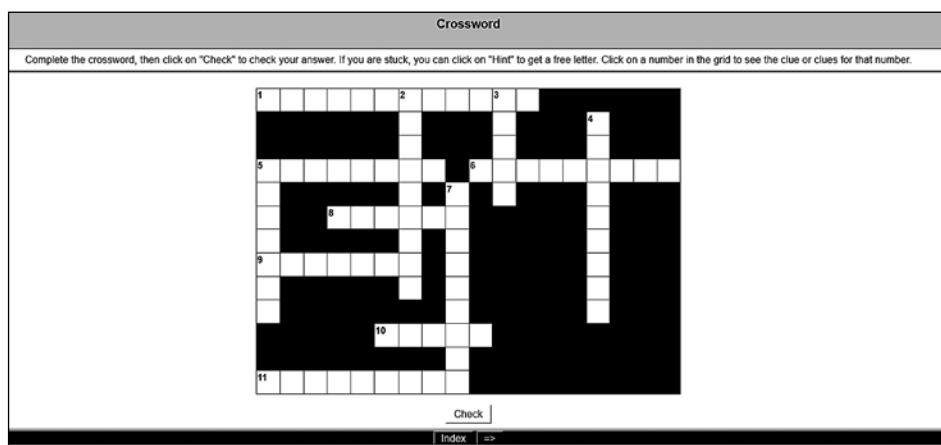
- 1) Popularization of mathematical knowledge among young people
- 2) Enriching maths vocabulary.
- 3) Shaping cognition of mathematical concepts.
- 4) Familiarizing with different, equivalent definitions of the concepts.
- 5) Developing the ability to use maths dictionaries, textbooks and other sources of information.
- 6) Implementation of independent reading and understanding of mathematical tasks and commands.
- 7) Developing skills:
 - logical thinking,
 - perceptiveness,
 - discovering rules and regularities,
 - analysis and synthesis.

The generators are very intuitive. We choose a generator depending on the needs of the number of passwords to be found in the crossword puzzle. After entering the passwords, we can share or download the crossword in the form of an empty pdf file to be completed with the questions enclosed with the division – vertical – level and the completed crossword to know how it looks after the correct solution.

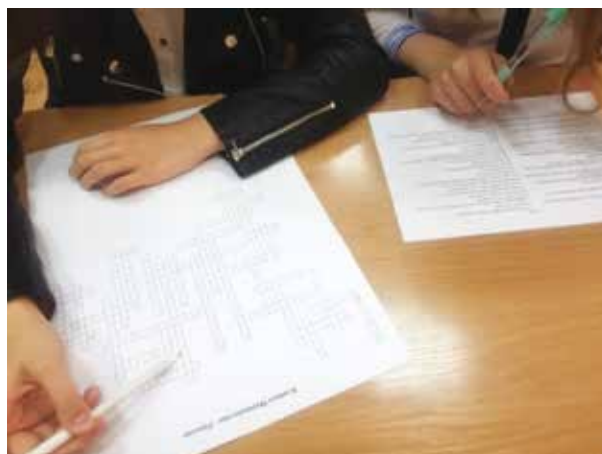
Practical application – suggestion

Crosswords can be used after learning new mathematical concepts or in mathematical competitions.

- they can be posted on the website as an interactive homework task to be practiced
<https://drive.google.com/file/d/1MWZRAh7UP52FHiVULjkGQ-xr7vSXbuk/view?usp=sharing>



- or printed in a traditional paper form



3. Students' Scientific Forum

What is a forum?

The **Student Science Forum** is a short, passionate presentation on any subject, prepared by students under the guidance of a teacher, throughout the year. During preparation, the students collect materials, deepen their knowledge on a topic of their choice, learn the art of a correct pronunciation and an interesting presentation, and practice their performances in front of the camera, and then appear on the forum.

By introducing the **Student Science Forum** I started with a lesson about the art of presentation and how the students' work would look like. I prepared a multimedia presentation developed at the PREZI on public speeches and on how to make a perfect presentation.

I paid attention to the most important elements of both the statements of the people leading future forums, the way information is presented, and the form of multimedia presentation.

I established the subject, the division of people, and the form of work with my students. We have selected ten 3-person teams, which will present the selected topic once every 3 weeks. An additional element will also be the preparation of a thematic magazine. I have set a date for consultations for students.

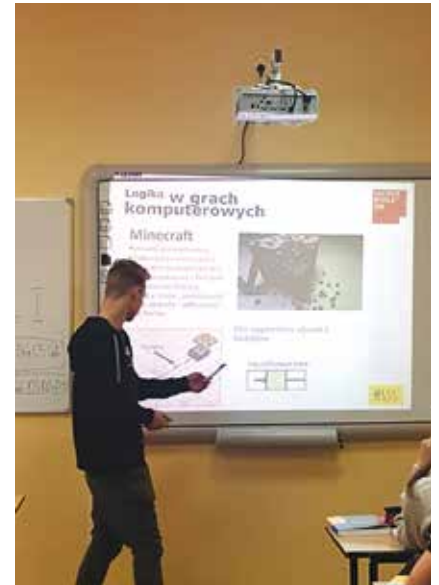
http://prezi.com/lfv0gvotemvi/?utm_campaign=share&utm_medium=copy&rc=ex0share

Examples of topics:

- Mathematics and family finances
- How the Enigma machine was decrypted.
- The best known mathematicians in the world and their achievements.
- Mathematical puzzles that have not been solved yet and their founders.
- Mathematics in sailing.
- The use of mathematics in information technology.
- Mathematics and space management.
- Mathematics in natural sciences.
- The application of mathematics in aviation.
- The measurements in the past and today.

All the topics are related to mathematics. My goal was to make it a useful mathematics that appears in everyday life and we do not always realize it.

I wanted to encourage the students to look for materials, to make interesting presentations and to overcome their fear through public performances. An additional advantage of our entire project was sharing the knowledge with the younger 1st grade students and the pupils from nearby primary schools.



4. Lessons – experiments

During the maths class, I made the first experiment to determine the **center of gravity** of a triangle.

The students working in groups received the colorful sheets of a technical block, strings, paper clips, a plasticine and pencils. They had to cut out any triangle from the paper. Then make holes in the tops and tie three pieces of a string through these holes, each piece in one hole. The string had to be tied so that about 3 cm of a string was behind the binding site and the remaining part – longer than the triangle – hung freely. Then, to each string – its longer part – the students had to attach a paper clip that loaded the string. Thanks to that the string straightened and when holding the short part of the string, its longer part hung freely.



Later, the students working in pairs had to draw a straight line along a string hanging freely with a paper clip. And so three times, rotating the triangle and performing the same actions from each vertex. The success was when all the lines drawn in the triangle crossed in one place. The vast majority of groups managed to do it. The lines drawn by the students were the centre of the triangle. And the intersection of the centre is the **center of gravity of the triangle**.



Then the students stuck a sharp part of a plasticine into the pencil, and at the end of a rubber band they placed the triangle at the intersection of the median. It was a check that the center of gravity was set well. The triangles did not put out. The experiment turned out to be a complete success. Interestingly, the students also measured the sections marked on the medians by the center of gravity. It turned out that they are in a 2: 1 ratio.



At the end, we carried out discussions where the center of gravity of objects is used in practice: a pole vault, a transport in airplanes, cars, the bed construction.

5. Maths outdoors

For the first grade students I prepared the game on the school playground. The students of the class were divided into five teams of 5 – 6 people. The team leaders drew pictures assigned to the given team: an orange leaf, a yellow sun, a green flower, blue eyes, a purple flower bell.

The task of the teams was to find 10 envelopes hidden on the school playground and around it. Each envelope was marked with the team symbol. The envelope contained a closed type of a task with the answers A, B, C, D. Additionally, in the responses, with the color matching the team symbol, I put random letters containing the correct letter in the correct answer. After finding all the envelopes and solving the task, the letters of the solutions formed a 10-letter mathematical slogan.



The students were searching for the envelopes and the places where they had been hidden with incredible enthusiasm. They were running, walking, looking around the fence and on the window sills. They chose different strategies, some solved tasks right after finding the envelope, some after finding all ten envelopes. The competition was very fierce. The tasks I used included flat geometry, triangles and their properties as well as angles and trigonometry. The tasks come from the website *zadania.info* website.



6. Mathematical Escape Room

The game script:

A crazy mathematician has imprisoned players and is testing their mathematical and analytical skills. The reward for solving the puzzle correctly will be choosing one of the three envelopes containing a door code at the end of the game.



Behind one door there is a room with a crazy mathematician, behind the other there is an exit, and behind the remaining ones, the player loses.

The player must select a good envelope on the basis of information from the tasks.

In the classroom, the tables are numbered, the envelopes are attached to the bottom of three tables, but only one has a code for the box in which the key is located. The number of the appropriate table is the result of the activity, which is written on a sheet of A4 paper and pinned to the board. After selecting the table, the students must find an envelope with a code. (Tearing off the wrong envelope equals releasing neurotoxins and inevitable death. The time needed to solve the puzzle is reduced to 1 min)

$$\log_2 4 - \log_2 8 + \log_2 16 + \log_2 32 = 8 \text{ (the table number is 8)}$$

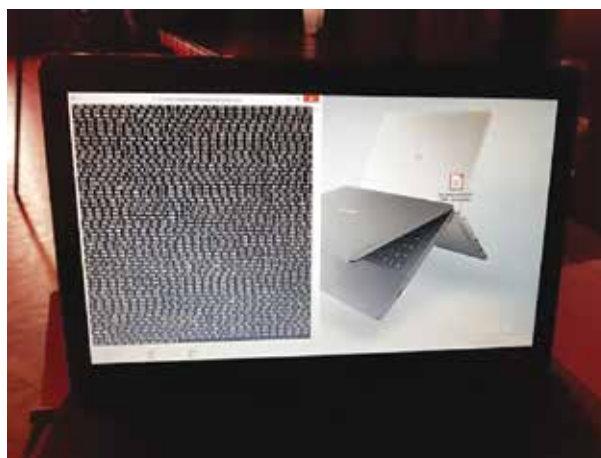
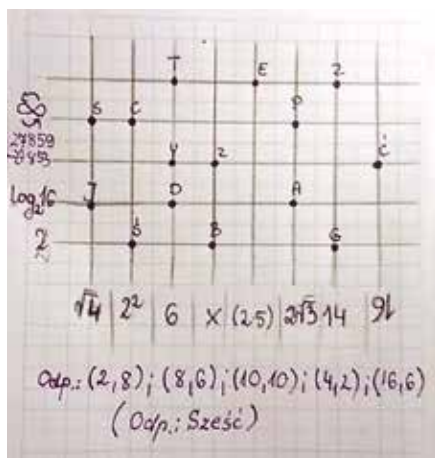
After removing the key, the players should find the box with a padlock (you can prepare 3). In the box there will be another puzzle related to reading the password, this time the task of the participants of the game will be to decipher the previously written sentence. The sentence has been written so that each letter should be moved 5 letters backwards in the alphabet. (Several versions of the hint with the alphabet can be prepared, then the students will have to choose the correct one or write next to the sentence that the letters should be shifted by the value of one of the prime numbers).

A statement to decode 'ULZXŹU PXJ, ČAUEĀ MEPXĀLNĀO ŹDLAUE UL GEJEXŹD'. (SOLUTION: See there where Pythagoras walks on lines).

After deciphering the password, the students' task will be to find drawn triangles on a lined sheet of paper or a more interesting version, various triangles cut out of the cardboard: equilateral (several, different sizes), obtuse (several pieces, different sizes),

rectangular (only one!). The solution to this puzzle will be to pick a right triangle. Choosing the wrong triangle is equal to arming explosives, i.e. reducing the time for a puzzle to 1 minute. If a good triangle is selected, the players will be notified that the charges have been disarmed.

On the triangle there will be a puzzle related to the coordinates of the points on the grid. The coordinates will be separated from each other by 2 and their coordinates will be given. The legend regarding the lines on which they are located will be encrypted in a specific way (e.g. $2^2 = 4$ and then this line will have the coordinates of point 4).



The solution to this puzzle will be the inscription 'Six'. The players will have to think about what that number will be needed for. In the classroom you can prepare an illustration, with a computer picture and the number 6. This number will stop the program specially prepared for the needs of this Escape Room. If you do not have a program, you can put another puzzle on the picture with the computer at the back.

In the version with the program, after clicking the number 6, the program stops and the participants of the game achieve the next task to be performed. It will be a puzzle related to the order of the activities, 'You have any mathematical operations at your disposal and you must use all the numbers from 1 to 9'. What should you do to achieve a score of 1?

ANSW. $9+8+6-7-5-4-3-2-1=1$.

The puzzle solution will be to answer the questions: How many plus pieces did you use in the action, how many minus pieces did you use in the task, how many pieces of the multiplication sign did you use in the task and how many pieces of the division sign did you use in the task. That way the participants of the game would receive a four-digit code. The code will be located in three chests. After choosing the right one, with a good code, there will be another puzzle inside.

'A certain number ending in 4 has an interesting property. When we move that four to the beginning, the value of this number will increase exactly four times. What number is it?'

The number is 102 564 bo $102564 * 4 = 410256$

There will be envelopes with different numbers in the classroom, the participants will have to find the envelope with the result (102564). In the correctly addressed envelope there will be a message for players: 'You won... for now on you are free.'

Practical application – suggestion

Open day at school, maths club classes, international and inter-school projects.

7. Mathematical projects

Didactic games

A board game:

Fibonacci sequence – as part of the project work the students will create a board game in a group of 2-3. The game will represent a constellation – a comet – a collection of planets with individual fields being highlighted, the consecutive numbers of Fibonacci sequences. The player who stops in this field will be able to read an interesting fact about the Fibonacci sequence prepared on separate pieces of paper. The game will end when you reach the finish line. The player with the biggest number of most interesting facts about the Fibonacci sequence wins.



Maths in Biology and Chemistry – the students in a group of 4 made a 3D DNA spatial model, which is the game board. It consists of 12 pairs of nucleotides, i.e. clearly showing 1 turn of the helix. The individual nucleotides serve as playing fields. The subsequent nucleotides were the assigned tasks to perform. The tasks in biology and chemistry are closely related to maths. The tasks have been prepared on separate sheets of paper. The game consists of climbing from the bottom to the top to solve the tasks. The person who stands on the highest nucleotide the fastest wins. You can go further only after solving the drawn task correctly. The themes included in the game:

- Genetics crossword puzzle – logic,
- Amylase phenomenon – reading of the statistical data,
- Animal world – symmetries,
- Genetic diseases – probability,
- Lung capacity – volume,
- Urine components – drawing charts



Parabola – a game based on reading the properties of the quadratic function – vertex, offset. It can be created on the board or can be played outdoors.

The students prepared tasks on small pieces of paper that consisted of reading the coordinates of the vertex or moving the parabola by the indicated units. Each group begins the game in the center of the board – the beginning of the coordinate system – then by moving according to the obtained coordinates of the vertex of a parabola, we move by the given units. We treat the last occupied place as the current origin of the coordinate system and move again by the indicated units. The team that goes first out of the indicated area wins – a square with coordinates e.g. (50, 50), (50, -50), (-50, 50), (-50, -50). Additional bonuses can be set in the game e.g. saving the function formula with the the place being the vertex of the function in relation to the beginning of the coordinate system.

The games are created as a revision of the material – board games, dominoes, memory games.



Mathematical films

- Half-life: decay – <https://youtu.be/EmNgOSnQiAM>
- Mathematics in everyday life – <https://www.youtube.com/watch?v=2D0SFpj642k>
- The History of diagrams and graphs and the way we are cheated – <https://www.youtube.com/watch?v=hhu50NGwoJI>
- Enigma – <https://www.youtube.com/watch?v=Glsq1bAazMk&t=24s>
- Feet, palms, cubits, measurements in ancient Times – <https://www.youtube.com/watch?v=fgltMBZKmFs>
- Impossible figures – https://www.youtube.com/watch?v=S8xS_kGmDEI
- Fibonacci – <https://www.youtube.com/watch?v=fKvT5mtEVCg>
- Unconventional ways of counting – https://youtu.be/aZh_Oalt0ns

Websites

Millennium problems – <https://projektowa2c.wixsite.com/problemy-milenijne>

The students in a group of 4 created a website designed on a free public portal. The website contains information about seven millennium issues:

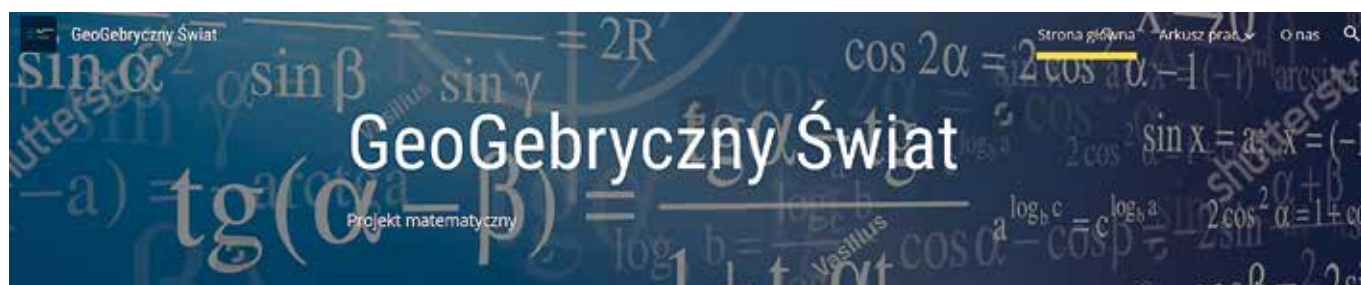
- P vs NP: are there any questions to which the answer, if you know it, can be quickly verified, but the solution of which, without knowing the answer, will take more time (measured by computational complexity)?
- Hodge conjecture: is each Hodge cycle a measurable linear combination of algebraic cycles on projective algebraic manifolds? The hypothesis concerns the algebraicity of the selected de Rham cohomology classes.
- Poincaré conjecture: 'every three-dimensional compact and homogeneous variety topology without boundary is homeomorphic with a three-dimensional sphere'.



- Riemann hypothesis: 'the real part of every non-trivial zero of the zeta function is $\frac{1}{2}$ '.
- Yang-Mills theory, an attempt to describe weak, strong and electromagnetic interaction in one mathematical formalism.
- Navier-Stokes equations: solutions of these equations for the most complex hydrodynamic phenomena.
- Birch and Swinnerton-Dyer conjecture: associated with the prediction of the possibility of solving each Diophantine equation.

Gegebryczny Świat (GeoGebra World) – the website created by a student from the project group to show the implementation of the tasks that students had to perform while participating in the eTwinning project

<https://sites.google.com/view/gegebryczny-swiat/strona-g%C5%82%C3%B3wna?authuser=0>



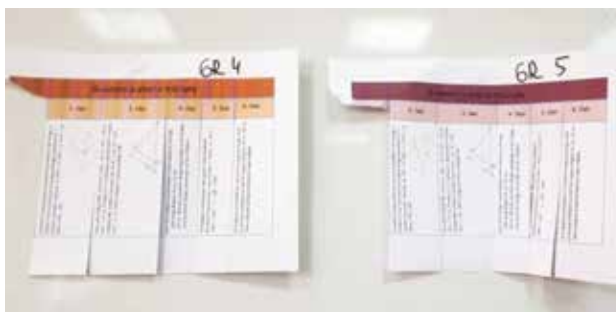
8. Mathematical 'bullet'

The group-work on maths classes – preferably within 90 minutes. It involves solving five open tasks in groups of four.

The tasks are arranged from the easiest to the most difficult. All the teams have tasks pinned on the board. Each team solves the same tasks.

After solving the first task, the teacher checks the correctness and only then the students can solve the next ones by tearing them off their worksheet pinned to the board. Each task has a certain amount of points. You can start with 2 or 3 points.

When the task is solved incorrectly, the team can ask the teacher for a hint, which results in the loss of a point. The team with the biggest number of points wins.



III. Activating methods – Romania

The Tour of the Gallery

– the tour introduces a collaborative learning technique where students, divided into microgroups, work on solving a controversial problem that has many possible solutions.

The stages of the technique are as follows:

1. Setting up microgroups.
Pupils are divided into groups of 4-5 members. Flip charts and markers are distributed for each group.
2. Presentation of work tasks.
Teacher asks each group to choose „a guide” and then presents a Maths task explaining that it may have a few solutions. The process of solving the task should be presented on the flip chart.
3. Group work.
Students interact in each group, solving the given task, writing it down on their flip chart.

4. The presentation of the group work results.
Each group presents the result of their work as in an art gallery. "Guide" students are supposed to stand next to their group's flip chart.
5. The Tour of the Gallery.
The members of the groups 'visit the gallery' – examine the notes of each group, analyse the solving process, ask the 'guides' questions. They may suggest other solutions recording them in the footer of the flip chart.
6. Evaluation of the products
Each group re-examines their own products, compares to others, draws conclusions of the "visitors" comments.

The Mosaic Method

The stages:

1. Preparation of study material.
The teacher sets the topic of study and divides it into 4 or 5 sub-themes. Optionally, the teacher can set for each sub-theme the main elements the student should focus on when studying the material independently. These can be formulated either in the form of questions or statements or an elliptical text that can only be filled in when the student studies the material. You have to make an expert record in which the 4 or 5 proposed sub-themes pass and which will be given to each group.
2. Forming four of five-member teams.
Each student in the team is designated a letter (A,B,C,D,E) and has the task of studying independently the sub-theme corresponding to their letter.
3. Expert groups.
Once they have gone through the independent work phase, the students with the same letter (e.g. all "A" students) sit together, forming an expert group which will discuss the sub-theme assigned to their letter. They share their findings, draw conclusions, find the best ways to convey the gathered knowledge to the rest of the class.
4. Returning to initial learning teams.
The class regroups to the initial arrangements – groups of A, B, C, D, E students. Each student shares their knowledge with other members. The knowledge should be transmitted in a short, attractive way, preferably accompanied by audio-visual media, various materials.
5. Evaluation.
The evaluation can be carried out by asking individual students some questions, a test or an essay assigned to all students or an individual assessment worksheet.

II.4 eTwinning projects in developing Maths and ICT competences

eTwinning is a community of schools, students and teachers working together through electronic media. It is attended by teachers of all subjects working with students aged 3-19, implementing international educational projects online. The program has existed since 2005 and has already gathered almost 400,000 teachers from all over Europe.

The eTwinning program is a European school community that brings together schools and kindergartens through information and communication technologies (ICT). It offers a safe workspace, convenient and easy-to-use tools with which teachers and students can communicate with partners from all over Europe (and not only) and carry out numerous projects on various topics.

Portal eTwinning

The eTwinning portal is the entry point to the **eTwinning world**. Available in 28 languages, eTwinning.net offers news from the eTwinning countries, professional development opportunities, information about recognition as well as examples of successful project.

- **Projects** – In this section, teachers find tools called "Kits" that help and support them to build their own projects. There is also a gallery of best-practice examples to inspire them when they design and run their own eTwinning project.

- **Recognition** – In this section, teachers find out everything they need to know about the recognition that eTwinning offers: European Quality Labels, National Quality Labels, eTwinning Awards and eTwinning Schools.
- **Professional Development** – From self-assessment tools (MeTP) to self-help materials (Self Teaching Materials) and from online seminars, to learning events and peer learning through the eTwinning featured events, teachers can find an abundance of tools to help improve their teaching methods.
- **Highlights** – News from the eTwinning community including pedagogical methods and best eTwinning practices.

eTwinning Live

Where teachers experience eTwinning community to its full potential. Teachers can search for other registered eTwinners and schools, connect with them and follow their activities. Teachers can access all the online and on-site events created by eTwinners, and can also create their own.

Through eTwinning Live teachers can create their own projects in which they can set off activities on different topics and key competences by collaborating with two or more teachers and their students.

Teachers can find online professional development opportunities that eTwinning offers at European level. Learning Events are short, intense and enjoyable courses that introduce teachers to a topic, stimulate ideas, and help them develop their skills. Learning Events typically involve a commitment of 4-6 hours. Online Seminars are live online video sessions of one hour where teachers have the chance to learn, talk and discuss a variety of themes.

Teachers can also join **eTwinning Groups** – virtual places where eTwinners meet and discuss specific subjects, topics or other areas of interest. There are **14 Featured Groups** coordinated by the CSS and moderated by experienced eTwinners.

TwinSpace

The place where eTwinning magic really happens is the TwinSpace; a safe platform visible only to the teachers participating in a project. Students can also be invited in the TwinSpace to meet and collaborate with peers from their partner schools.

Source: <https://www.etwinning.net/pl/pub/about.htm>

eTwinning projects in Maths teaching – examples

POLAND

GeoGebraic World – a project in which IV Liceum Ogólnokształcące took part

<https://sites.google.com/view/geogebryczny-swiat/strona-g%C5%82%C3%B3wna?authuser=0>

The aim of the project was to show that by using free GeoGebra software you can learn mathematics and describe the world.

- Within the project, students used GeoGebra, GeoGebraTube, TwinSpace, and other ICT tools.
- Students did the “GeoGebraic World” course on the Moodle platform and took part in the competition of the same title.
- We wanted to show that students can learn mathematics on their own using modern tools, like GeoGebra.
- The project promoted also GeoGebra as a great tool to show and understand mathematics and the world around us. Moreover, it supported students presenting a high level of knowledge and skills the ones who use modern learning methods.
- The project took an innovative approach to STEM education (‘Science, Technology, Engineering, Mathematics’).

During the project, students installed GeoGebra software and then learned its possibilities working on the Moodle platform. After that, with teacher’s help they learnt the following:

- Numbers and intervals – GeoGebraTube dynamic cards.
- Equations and sets of linear equations in two unknowns – GeoGebraTube dynamic cards.
- Functions and their properties – GeoGebraBook.
- Geometric constructions – GeoGebraBook.
- Circles and angles in a circle – GeoGebraBook.
- Triangles and their properties – GeoGebraBook.
- Quadrilaterals – GeoGebraTube dynamic cards.
- Statistics with GeoGebra – GeoGebraTube dynamic cards.
- Discovering theorems – GeoGebraTube dynamic cards.

Students worked with prepared applets, in which by manipulating objects they discovered new relationships – discovering theorems.

Every month, students took part in a competition in which they had to perform a task – design an applet in GeoGebra. In addition, students working in groups created a tessellation model.

Co miesiąc uczniowie brali udział w konkursie polegającym na wykonaniu zadania – zaprojektowania apletu w GeoGebra. Dodatkowo uczniowie pracując w grupach tworzyli model parkietażu.

ROMANIA

The Romanian school experience – their projects „Doing Maths differently”, ‘MAST’, ‘L.E.T.’s model’, ‘MART’ proves that eTwinning can be the place of the international exchange of good practices connected with developing Maths competences. Students involved in eTwinning projects worked on their Maths competences playing games, deciphering encoded messages, working with apps like Scratch, GeoGebra. Meanwhile, they were improving their English skills.

Thanks to the international projects: “Students in Hi-tech Era”, “Numbers and Universe and Mart’, ‘Interactive teaching-using educational games in order to enhance learners’ motivation’, ‘Maths motivantes on eTwinning’, ‘Using Multiple Intelligences in Maths’ teachers acquired new methods of teaching, materials, sources.

The following are some examples:

- working with online games ‘Mangahigh’ as a way to individualize learning process <https://www.mangahigh.com/en/>
- combining mathematics with everyday life – webpages offering everyday life problems / tasks, the solution of which requires the use of mathematics: <http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/subsets/mascil/>, <http://www.experiencingmaths.org/>
- inspirational videos:
<https://www.youtube.com/watch?v=z8wLEsSnqQY&index=1&list=PLvtNOOa6SZVMJo-7ZGqA9-oFoYFwzhA5>
- materials showing the use of Maths in preparing weather forecasts: <https://www.youtube.com/watch?v=N3ujy-nWvNI>
- ideas how to develop Maths vocabulary in English:
 - <https://www.mathsisfun.com/geometry/index.html>
 - <http://dorakmt.tripod.com/mtd/glosmath.html>
 - <http://www.cut-the-knot.org/glossary/atop.shtml>
 - <http://www.mathchamber.com/algebra/docs/general/glossary.htm>
- the acquired vocabulary can be practiced by doing crosswords, wordsearches, anagrams; the following webpages offer free online tools to create the aforementioned vocabulary games:
 - <http://www.discoveryeducation.com/free-puzzlemaker/>
 - <http://www.anagramgenius.com/server.html>
 - <http://www.tagxedo.com/> – to present the acquired vocabulary in an impressive way
- helping students to learn how to use eTools such as Scratch, Alice, Power Point to make presentations, animations, including everyday life problems
- using quizzes created on:
 - <https://kahoot.com>
 - <https://www.socrative.com>
- diversifying the evaluation of student work – the use of self-assessment, peer ratings – comments written according to the WWW format (what went well), EBI (even better if), Google forms tools (collecting feedback from students)
- combining Maths with Art – as shows the example of Golden Ratio project
 - <http://goldenratio.wikidot.com/start>
- activating students through WebQuests – in which students cooperate to find the answers to the listed questions using the Internet. The following are webpages helping to create WebQuests
 - <https://sites.google.com/site/studentwebquesttemplate/home>,
 - <http://zunal.com/>
- the use of Google maps in Maths teaching:
 - <https://www.freetech4teachers.com/2010/02/using-maps-in-elementary-school-math.html>
 - <http://www.realworldmath.org/>
- materials showing the link between Maths and music:
 - <http://www.science4all.org/article/math-music>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=b3X1S3T7udY>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=EaDm9G4lg18>
 - <https://www.youtube.com/watch?v=V5tUM5aLHPA>
 - https://www.ted.com/talks/scott_rickard_the_beautiful_math_behind_the_ugliest_music?utm_source=tedcomshare&utm_medium=referral&utm_campaign=tspread
 - <http://www.ams.org/publicoutreach/math-and-music>

getting students interested in the relationship between Fibonacci sequence and music

II.5

GeoGebra as an activating teaching tool in Maths lessons

GeoGebra is a free interactive application supporting teaching and learning mathematics.

The materials prepared with the use of this program can be used in such branches of maths as arithmetic, planimetry, stereometry, analytic geometry of the plane and space, differential and integral calculus and in the study of functions, solving equations, inequalities and their systems.

In the GeoGebra program, you can make constructions using points, vectors, segments, straight lines, conic curves, use numerical, vector and point variables, determine derivatives and zeros, and extreme values of functions.

All the items that were introduced into GeoGebra can be displayed in 3 representations – graphic, algebraic and spreadsheet cells. During the second edition of the project, the changes have been introduced dynamically. This program is interactive, which means that changes made on the object in one of the views appear in other views, because the objects are dynamically linked with each other.

The development of modern information technologies and the growing use of computers create a need for innovative mathematics teaching. This program can be used in maths teaching during school lessons, implementing the core curriculum, as well as during independent learning, or in developing interest in mathematics – e.g. maths club. GeoGebra is a program that can help teachers teach abstract content to students. For the weaker students it can serve as a presentation of the issues difficult to imagine. For the students with special mathematical skills, GeoGebra can be a tool for deepening their school knowledge. GeoGebra perfectly combines various branches of mathematics, e.g. geometry with algebra.

The program allows to draw graphs for the indicated linear and quadratic functions, calculate the surface area of figures in the coordinate system, calculate the angle between straight lines or points, determine the intersection points of the graphs of two functions, move the object by a given vector, rotate by a given angle, calculate distances.

The software can be downloaded from: <https://www.geogebra.org/>
Then you can create ready-made applets on your computer.

Creating an own account and logging into the GeoGebra website is also an interesting solution, which increases the possibilities of using the GeoGebra platform. We can then work in the online version of GeoGebra and save ready-made applications to our account. We can also import applications made in the offline version of GeoGebra into our account, creating a set of dynamic worksheets. There is no limit of applications that can be stored on your account. In addition, GeoGebra Book can be created from individual dynamic worksheets – a kind of booklet with the links to various resources.

Single dynamic worksheets, Geo-GebraBooks and other materials prepared on the GeoGebra platform can be shared with students – through a link or public view of the generated link and HTML code. On the GeoGebra platform the groups (virtual classes) can be created, we can invite students to them and share prepared materials with them.

Sample applets to use in the lesson.

II.6

Maths competitions

Maths competitions – offers:

1. Krzyżówko – Mat (Maths Crossword)

A team competition, 2-4 people (a predetermined number of people in the team). The competition involves solving a crossword on mathematics, mathematical concepts and the names of famous mathematicians. Depending on the time we want to spend on the crossword, we choose the number of passwords. This competition may be a part of other major competitions. You can also organize the competition periodically after each completed maths material, where the slogans are the terms of a given part of the material. The points for task solution can be used as additional points for the activity or you can create a semester maths league in each class.

2. Test with maths

The competition consists of three stages, in which we have respectively at each stage: 1st stage – 20 tasks, 2nd stage – 15 tasks, 3rd stage – 10 tasks. Each subsequent stage is more difficult than the previous one. Maths tasks are three-answer test tasks, where only one answer is correct. The students solve tasks within a specified time. After solving the tasks from the first stage, they approach the selection board and the commission checks the correctness of the tasks. If the student has completed at least 16 tasks correctly, he can go to the next stage. In the 2nd stage, the student must solve at least 12 tasks correctly and then he can proceed to the third stage. In the third stage, students can make three mistakes. The winner is the person with the best time and the lowest number of mistakes in the third stage.

3. Maths in the kitchen, Animal maths, Chemical maths

The above competitions can be prepared in the form of open tasks. The topics can be related to the school course of a student. For example, biology and chemistry course extensions can solve problems regarding:

- Genetic crossword puzzles – logic,
- Amylase phenomenon – reading of statistical data,
- Animal world – symmetries,
- Genetic diseases – probability,
- Lung capacity – volume,
- Urine components – drawing charts.

Humanities courses:

- People – famous mathematicians – humanistic aspects of mathematics
- Film, literature – popular works with mathematics in the background
- Art – mathematical objects
- Cooking – applications of mathematics

Students solve tasks in groups of up to 4 people. The tasks can be prepared in a multimedia form for display on the board. For each task, you should prepare a short interesting fact about the topic contained in the task to make the competition more attractive. The teams choose the task number to solve. All the students are asked a question, the team has a certain time to solve – you can use the hourglass.

4. Photo competition – e.g.: ‘The Architecture of our cities through the eyes of mathematics’

The competition aims to promote mathematics. Looking at the world through the lens of photography and noticing that maths surrounds us and it is enough to look at it just to see it. To take part in the competition students have to provide a description justifying the title of the competition, i.e. a maths photo. The final result of the competition will be a photo exhibition on the school premises containing selected competition works. Only photos taken personally by the Student may be submitted for the Competition. The participant must attach the following information to each photo: a photo title, a photo description justifying that it is a mathematical photo – mathematics caught in the lens.

5. Advent calendar / Maths month

A long-term logic competition using QR codes

The competition involves creating logical tasks, logic puzzles or pictures that are hidden under QR codes. You can prepare the puzzles for the next days of December by creating, for example, an Advent calendar. The idea can also be used to organise a competition during the maths month. Each day is one puzzle. The competition is individual. The students scan the task assigned to a given date with a QR code reader and bring it the next day. The teacher checks the correctness of the solution, if the task is well-solved the student receives an extra point. Throughout the month, the students can solve any number of puzzles, but only one per day. After a whole month a ranking of points is created. Depending on the collected amount of points, the students receive extra points or grades for the activity or nice rewards.

6. Mathematical ‘bullet’

A competition to do in a maths lesson – preferably within 90 minutes. It involves solving five open tasks in groups of four. The tasks are arranged from the easiest to the most difficult. All the teams have tasks pinned on the board. Each team solves the same tasks. After solving the first task, the teacher checks the correctness and only then students can solve the next ones by tearing them off their worksheet pinned to the board. Each task has a certain amount of points. You can start with 2 or 3 points. When a team has an incorrectly solved task, they can ask the teacher for a hint, which results in the loss of a point. The team with the biggest number of points wins.

7. Student Scientific forum

A whole-year competition – preferably to be done in groups with the extension of mathematics. At the beginning of the school year the group is divided into 3-person teams. The task of each team will be to prepare a lecture on a topic related to mathematics, to develop a presentation and worksheets for other students related to the presented topic. In addition, each team should prepare a poster about the topic, which will be presented in a display case with interesting maths facts. The students will be assessed for their performance in terms of a content, a presentation form, an interesting project presentation, and a poster design. The obtained points will be collected at the end of the year. The students can receive nice rewards and maths grades.

8. Statistics around us

The competition concerns searching for statistical data. The competition can be prepared using the Quizz program and can be completed online. The tasks are of the test type with three or four answers where only one answer is correct or the answers are true or false. Each question concerns statistical issues on a selected topic. The students’ task is to use the information contained on the Statistical Office’s websites, e.g.: a local data bank, a geostatistics portal or survey data in order to answer the question correctly.

CHAPTER III

Conclusions and recommendations

According to David Hilbert, mathematics begins with posing problems in the context of concrete activities “suggested by the world of external phenomena”.

A number of researchers indicated that students’ mathematics interest still low because most of them have perceived that mathematics is very difficult, boring, not very practical, and have many abstract theorems that were very hard to understand. Another cause is the teaching and learning process used, which is mechanistic without considering students’ needs.

The survey we have conducted at the beginning of the project show that our students and teachers have no different opinions. Student responses to the question regarding the formative effects of mathematics highlighted that students appreciate the formative role of mathematics, especially in the development of intellectual processes.

A percentage of 90% of students mentioned among the formative effects the development of thinking, of imagination, of logic. We notice therefore that students are tributaries of traditional image of Mathematics: they reduce the usefulness of Mathematics only to cognitive development, ignoring the formative effects in the personal, moral, and professional development.

The majority of responses show that students will be much more interested in learning if teachers will use new methods and techniques:

- mini-math projects
- examples of everyday life and interesting math facts
- visualization of mathematical problems (eg GeoGebra applets)
- flipped classroom etc

The interview with Mathematics teachers showed that Mathematics requires certain personal qualities (perseverance, discipline, conscientiousness) embodied in the allotted time and the quality of individual training, also in student-teacher-parent collaboration, teacher-student relationship, and, not least, in the methods used in teaching, learning and assessment.

The methods most commonly used in teaching Mathematics are: the exercise, the explanation, the problem solving (98%), learning by discovery (75%), whereas group work is less used (36%).

The lack of interest in Mathematics occurs in a group of low-achieving students, when the students are not supported by their parents. Students’ interest and performance in Mathematics are largely influenced by parents’ interest, supervision and help.

Strategies to enhance engagement suggested by the teachers concerned the design of the didactical situations.

Indicators of engagement as seen by teachers are: verbalising thinking, concentration, gestures expressing attention or excitement, asking and answering questions, enhancing ideas and justifying an argument.

There are some teachers who, as in the case of students, hold a traditional view of learning Mathematics. Most teachers recognize the formative role of group methods, of teacher-student collaboration. There are Math teachers that teach Maths in a different way, applying constructivist learning principles, working differentiated, in a climate conducive to learning, focusing on pragmatic aspects of mathematics and respecting the potential of each child. The pedagogical variables pertaining to the constructivist approach, involved in maintaining a high interest in mathematics are: methods used at school (group problem solving, differentiated learning, and student-centred learning), extra-curricular mathematical activities, teacher-student relationship.

At the end of the project, the project evaluation survey show that:

1. Math learning is more enjoyable using activating methods (73%).
2. The project added values or knowledge helpful for future career
3. Teachers and educational methods are the important part of the educational process.
4. The educational achievements depend on the mutual cooperation (student – teacher and student – student), the educational methods and forms of work chosen by the teacher. The more teachers will think on more effective and contemporary teaching, the more students will get motivated.
5. Use of traditional educational methods together with active educational methods raises essentially the level of knowledge.



IV Liceum Ogólnokształcące
im. Generała Stanisława Maczka w Katowicach
www.maczek.edu.pl